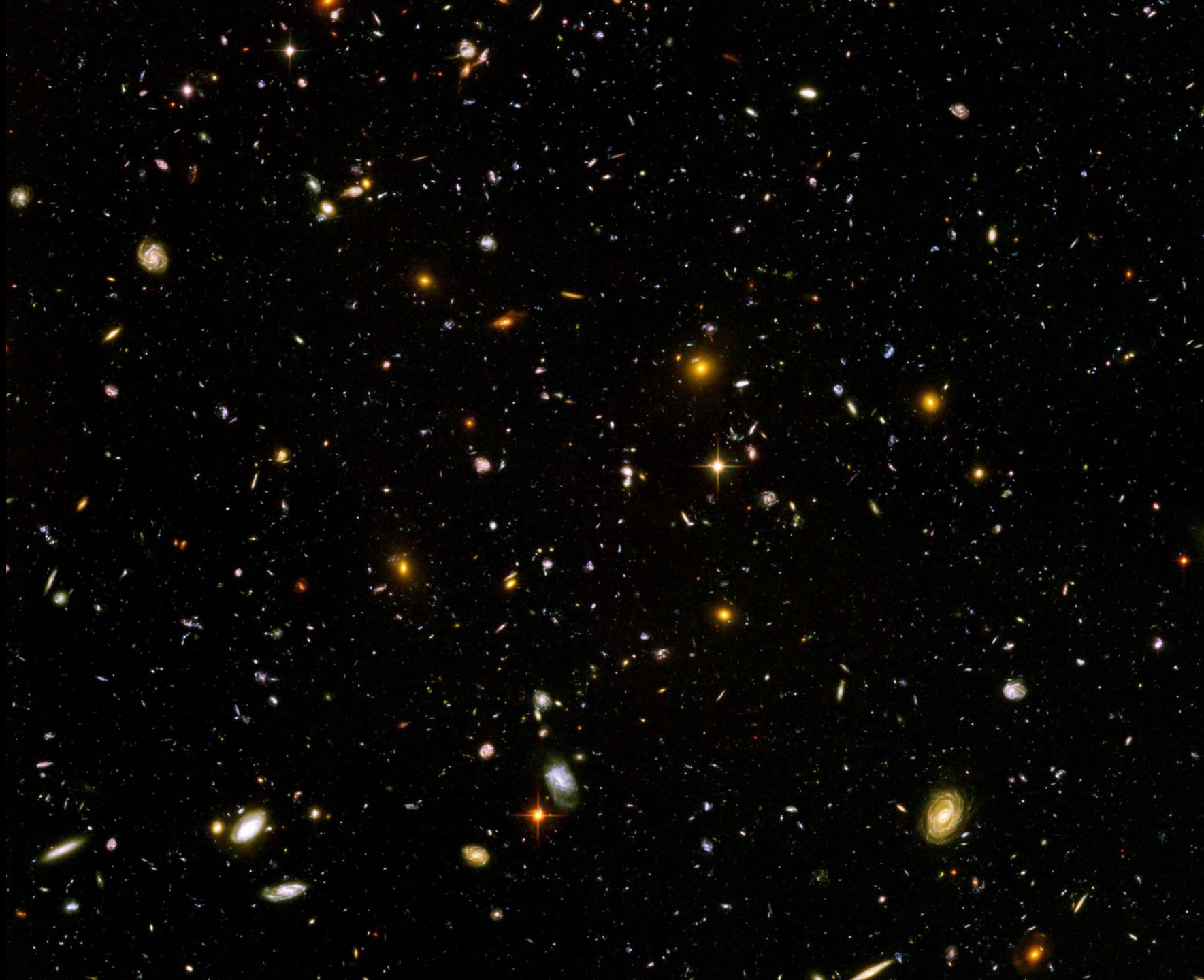
The background of the slide is a Cosmic Microwave Background (CMB) fluctuation map, showing a complex pattern of temperature variations across the sky. The colors range from dark blue (cooler) to red and yellow (warmer), with a central dark blue region representing the galactic center.

# I Neutrini in Cosmologia

“La Massa dei Neutrini”  
Scuola di Formazione Professionale INFN  
Padova, 6 Maggio 2010

Alessandro Melchiorri  
Universita' di Roma, “La Sapienza”  
INFN, Roma-1



# Inizi della Cosmologia Moderna

Tutto ha piu' o meno inizio il 4 Febbraio 1917 quando Albert Einstein scrive a Paul Ehrenfest:

"Ich habe wieder etwas verbochen in der Gravitationstheorie, was mich ein wenig in Gefahr bringt, in ein Tollhaus interniert zu werden".



"Ho nuovamente scritto qualcosa riguardo la teoria della gravitazione da mettermi al rischio di venire rinchiuso in un manicomio".

Albert Einstein (1917) applica per la prima volta la relatività generale alla cosmologia presentando la prima soluzione cosmologica per una teoria consistente della gravita'. Nasce la Cosmologia Moderna...

La soluzione cercata da Einstein doveva descrivere un Universo chiuso (perché si credeva che questo fosse l'unico modo per risolvere il principio di Mach) e statico, dato che all'epoca (1917) non si era scoperta la recessione delle galassie (quindi l'universo in espansione) anzi non si erano neppure scoperte le galassie stesse (1924).

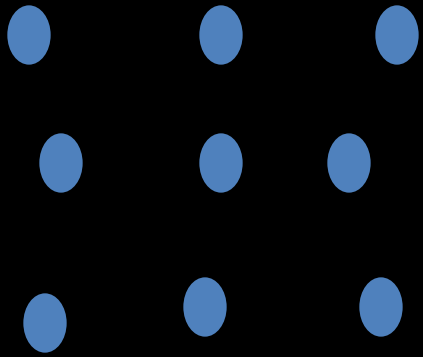
$$G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

Purtroppo queste assunzioni erano incompatibili con le equazioni di Einstein della relatività generale (l'universo ricollassava su se stesso). Einstein aggiunse quindi un termine che chiamo' costante cosmologica, compatibile con i principi della relatività generale e tale da opporsi al collasso gravitazionale.

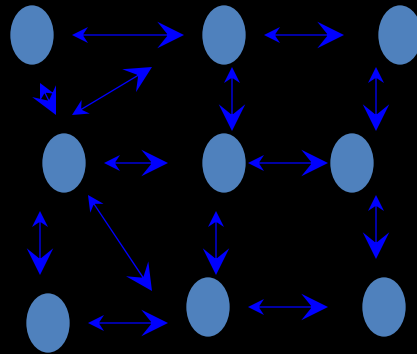
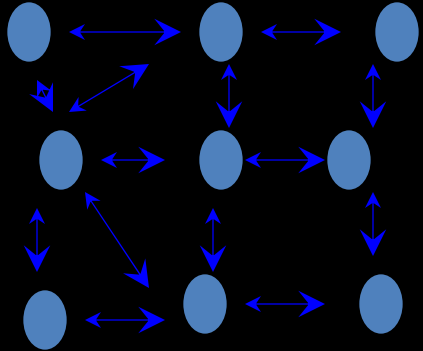
$$G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$$

# EINSTEIN SIMPLIFIED





Universo Finito senza  
Costante cosmologica:  
Collasso delle stelle  
in un unico punto.



Universo Finito con  
Costante cosmologica:  
L'universo rimane  
Statico ma e' un  
equilibrio instabile.

1917: L'Universo di Einstein e' Finito e la Costante Cosmologica  
"regge" tutto.



A. Friedmann



G. Lemaître

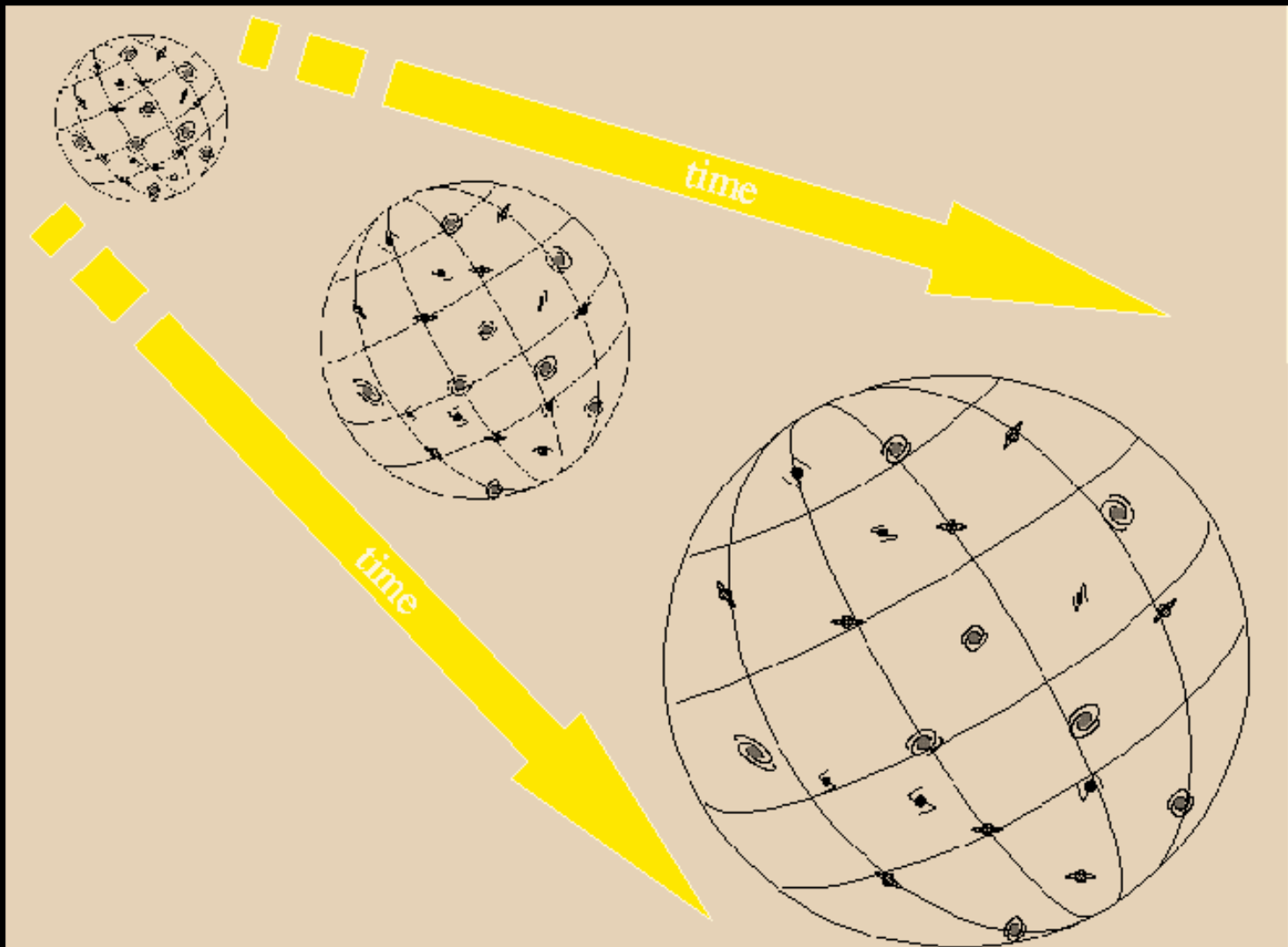
Nel 1922 e nel 1924 Friedmann ed, indipendentemente, Lemaître (1927) proposero una soluzione differente in cui l'universo era in espansione e che non necessitava del termine di costante cosmologica. Einstein non accettò la soluzione dell'universo in espansione fino al 1930, anzi si oppose abbastanza strenuamente ad essa.

In particolare dell'articolo di Friedmann commento':  
"Friedmann's paper while mathematically correct is of no physical significance"

Mentre si rivolse a Lemaître in questo modo:

"Vos calculs sont corrects, mais votre physique est abominable"







Ed e' esattamente quello che misurarono Hubble e Humason (1924) anche se neppure loro al principio accettarono il modello di Friedmann come spiegazione.

velocita'

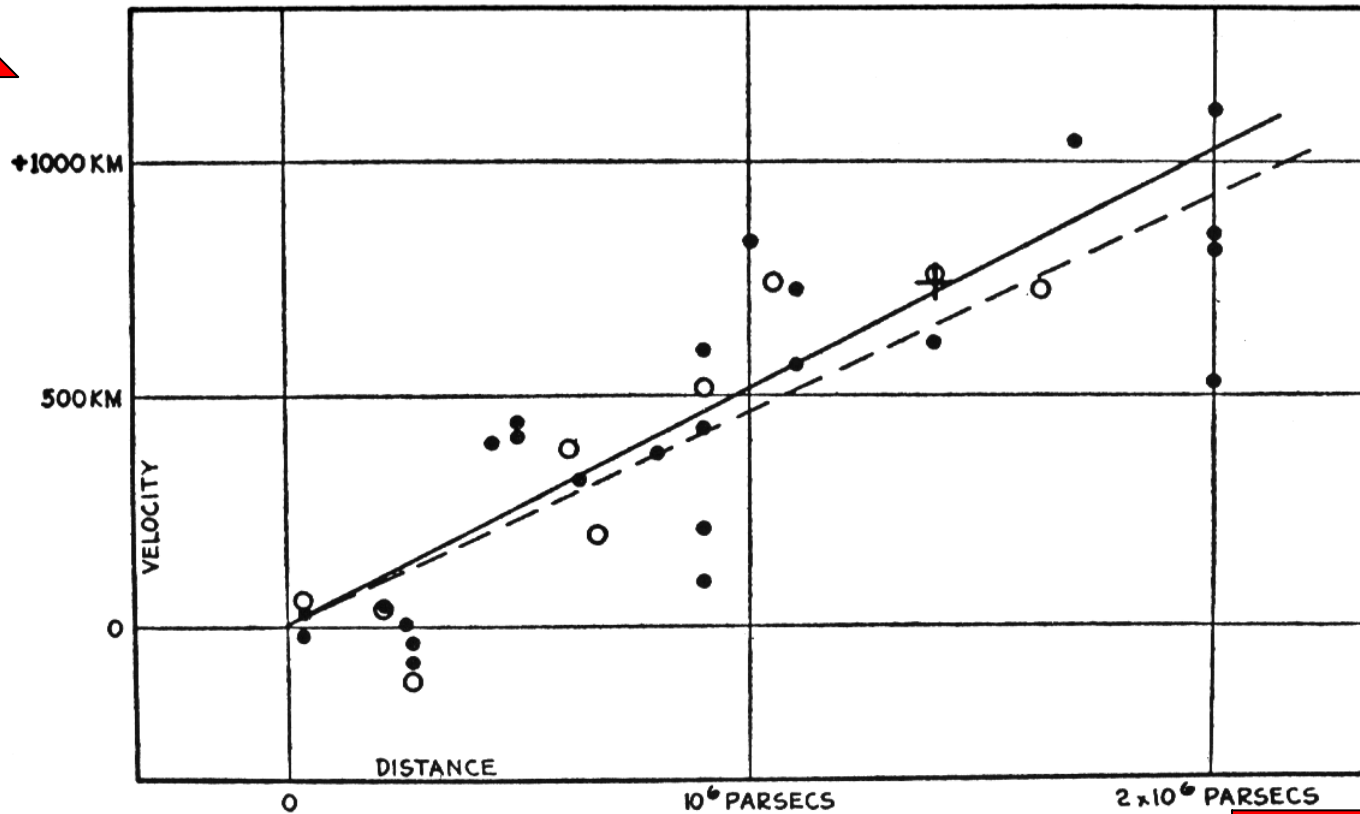


FIG. 9. *The Formulation of the Velocity-Distance Relation.*



Distanza

“...Il maggior errore della mia vita...”

Alla fine però il modello di Friedmann-Lemaitre convinse la maggior parte delle persone.

A questo punto Albert Einstein rigetto' la costante cosmologica come superflua e non più giustificabile:

“ If there is no quasi-static world, then away with the cosmological term” (scrive a Weil)  
e pubblico' la sua nuova visione in

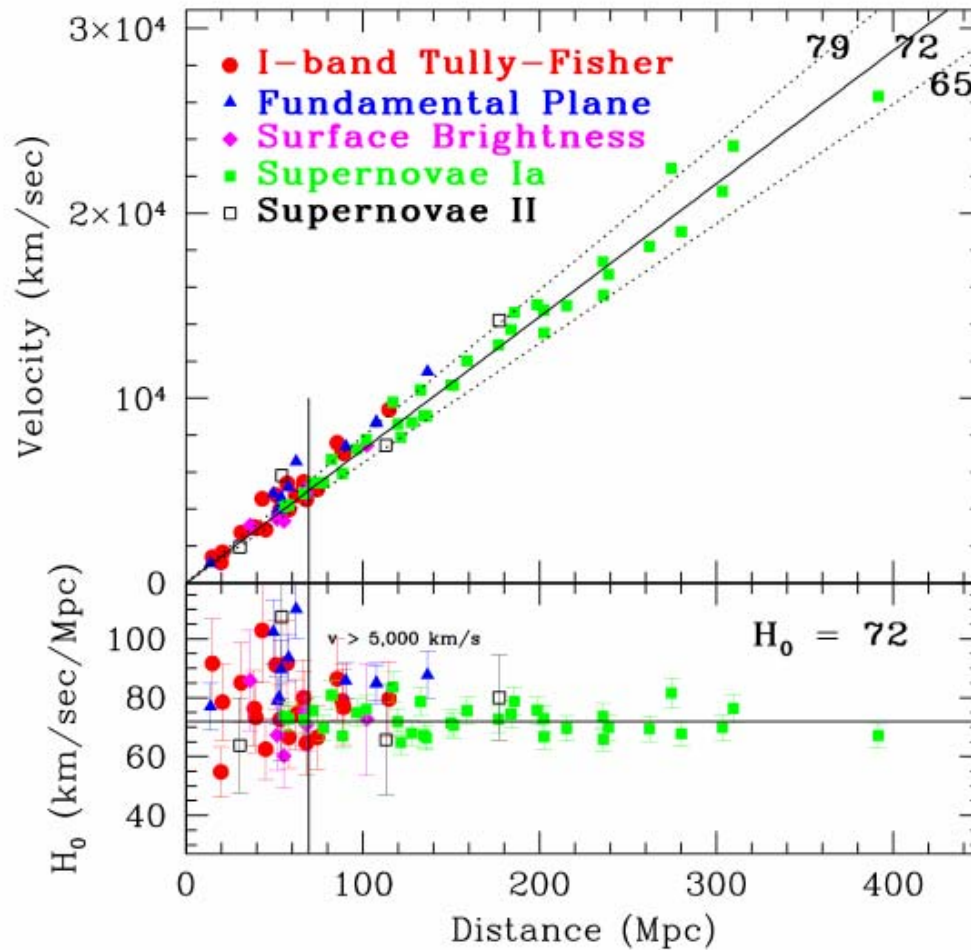
Einstein A. (1931). Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. 235-237  
Norbert Straumann in una recente review (astro-ph/0203330)  
ha fatto notare come pochissime persone abbiano mai letto  
questo articolo e come le citazioni col tempo siano divenute:

Einstein A. (1931). Sitzsber. Preuss. Akad. Wiss.

Einstein A. Sitzsber. Preuss. Akad. Wiss. (1931)

Einstein A. Sb. Preuss. Akad. Wiss. (1931)

Einstein A. and Preuss S.B. (1931) Akad. Wiss 235



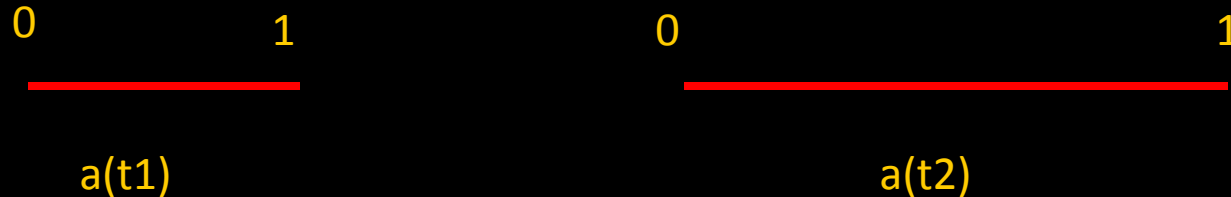
1929:  $H_0 \sim 500$  km/sec/Mpc

2001:  $H_0 = 72 \pm 7$  km/sec/Mpc

Il modello cosmologico di un universo in espansione isotropa ed omogenea puo' essere descritto in relativita' generale da una metrica di Friedmann-Robertson-Walker:

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right]$$

Dove le coordinate sono comobili, i.e. seguono l'espansione:



e  $k$  e' un parametro che definisce la curvatura della parte spaziale della metrica e puo' valere  $1, 0, -1$ .

L'evoluzione dell'universo, ovvero l'andamento del fattore di scala e' legato alla densita' di energia presente nell'universo tramite l'equazione di Einstein:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho$$

Dove H e' detto **parametro di Hubble** e la composizione dell'universo e' in genere descritta da uno o piu' fluidi perfetti con **equazione di stato**:

$$P = w\rho$$

E da leggi di conservazione si ha:

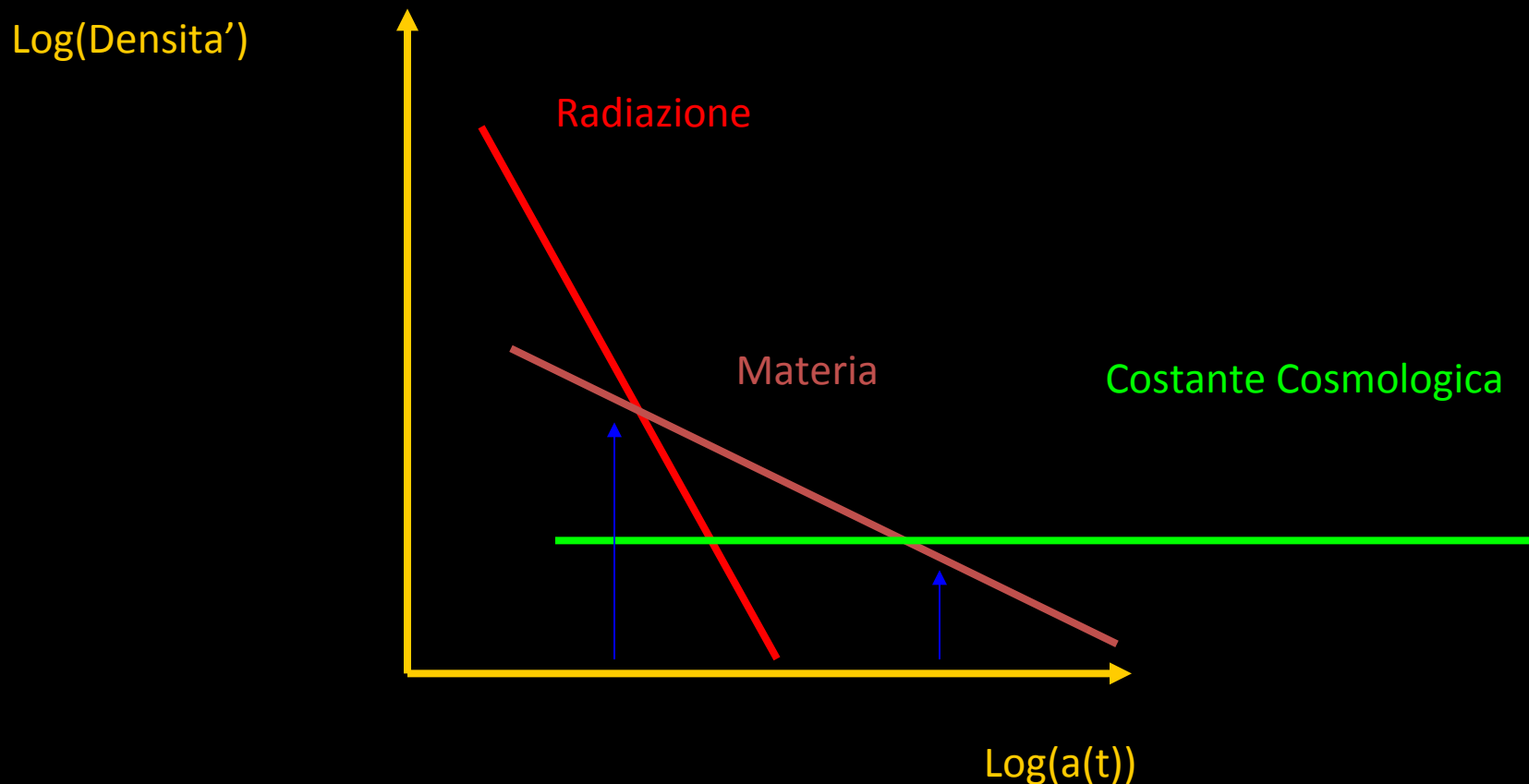
$$\rho(a) \approx \frac{1}{a^{3(1+w)}}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} w = 1/3 \text{ Radiazione} & \rho \approx 1/a^4 \\ w = 0 \text{ Materia} & \rho \approx 1/a^3 \\ w = -1 \text{ Cost. Cosm.} & \Lambda / (8\pi G) = \text{Costante} \end{array} \right.$$

In generale io posso pensare che la densita' di energia totale sia data da una somma di queste componenti con singole ampiezze da determinare sperimentalmente:

$$\rho_{Tot} = \rho_M + \rho_R + \rho_\Lambda$$

In questo semplice modello possiamo attenderci 3 "ere" nella storia dell'universo dominate energeticamente da Radiazione, Materia e, infine, Costante Cosmologica.



Facciamo qualche esempio molto semplice con curvatura nulla ( $k=0$ ).

$$H^2 = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho$$

$$\rho \approx a^{-4} \quad \text{Radiazione} \quad \longrightarrow \quad a(t) \approx t^{1/2}$$

$$\rho \approx a^{-3} \quad \text{Materia (Polvere)} \quad \longrightarrow \quad a(t) \approx t^{2/3}$$

$$\rho \approx \frac{\Lambda}{3} \quad \text{Costante Cosmologica} \quad \longrightarrow \quad a(t) \approx \exp \left[ \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t \right]$$

Nel caso di universo a curvatura nulla la densita' totale deve quindi essere:

$$\rho_{Tot} = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Definiamo come densita' critica la densita' totale che dovrebbe avere l'universo **oggi** per essere piatto:

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

e introducendo i parametri di densita' **attuali**:

$$\Omega = \rho^{\text{oggi}} / \rho_c$$

L'equazione di Friedmann si puo' scrivere come:

$$\left( \frac{H(a)}{H_0} \right)^2 = \frac{\Omega_M}{a^3} + \frac{\Omega_R}{a^4} + \Omega_\Lambda - \frac{k}{a^2 \rho_c}$$

$$(a(t_{\text{oggi}}) = 1)$$



Associando alla curvatura una densita' di energia:

$$\rho_k = -\frac{k}{a^2}$$

(Occhio al meno!)

Possiamo scrivere l'equazione di Einstein al **presente** come:

$$1 = \Omega_M + \Omega_R + \Omega_\Lambda + \Omega_k$$

Introducendo quindi il parametro di densita' totale:

$$\Omega_{Tot} = \Omega_M + \Omega_R + \Omega_\Lambda = 1 - \Omega_k$$

Abbiamo che la curvatura e' legata alla densita' totale:

$$\Omega_{Tot} < 1 \rightarrow \Omega_k > 0 \rightarrow k < 0 \quad \text{Aperto}$$

$$\Omega_{Tot} = 1 \rightarrow \Omega_k = 0 \rightarrow k = 0 \quad \text{Piatto}$$

$$\Omega_{Tot} > 1 \rightarrow \Omega_k < 0 \rightarrow k > 0 \quad \text{Chiuso}$$

Le misure cosmologiche attuali forniscono:

$$\Omega_M \approx 0.7$$

$$\Omega_\Lambda \approx 0.3$$

$$\Omega_K \approx 0$$

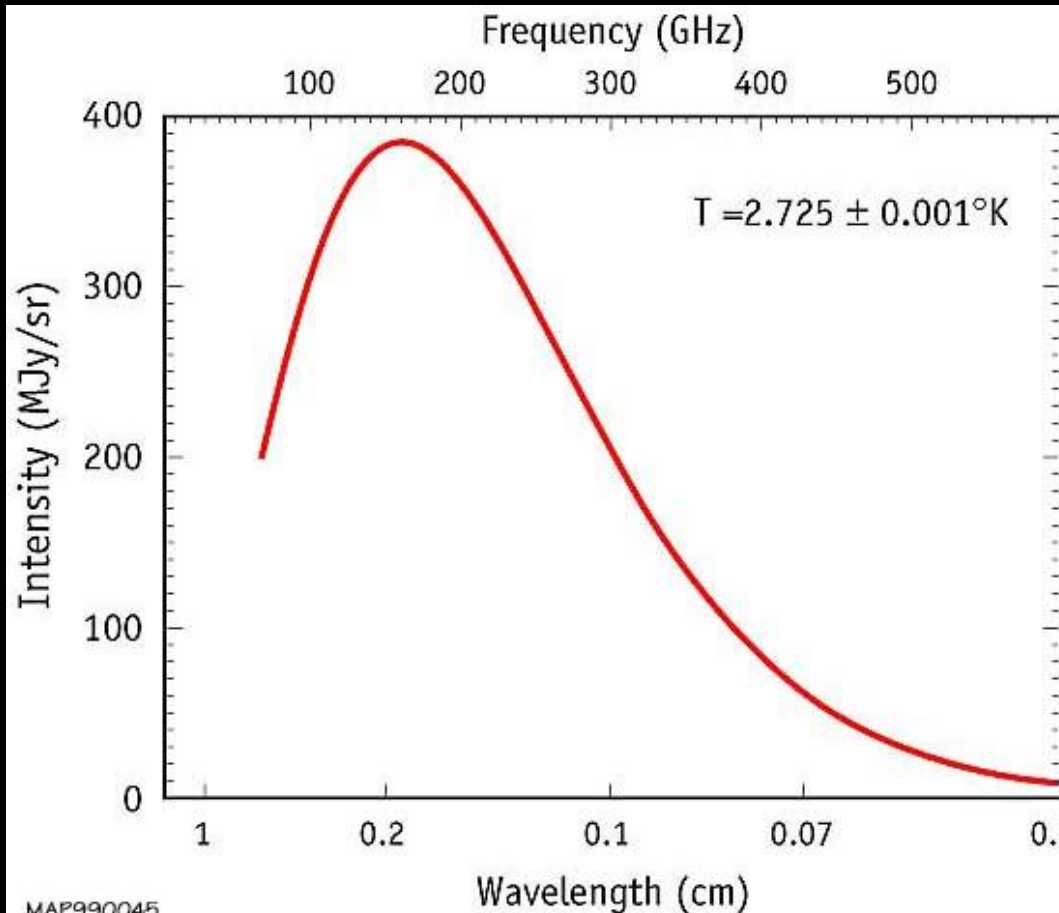
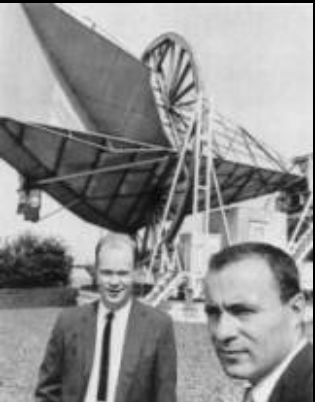
Questi valori provengono da misure di eta' e di distanza di luminosita' a basso redshift. In queste misure non c'e' una grossa dipendenza dalla radiazione, ma quanto vale ?

$$\Omega_R = ?$$

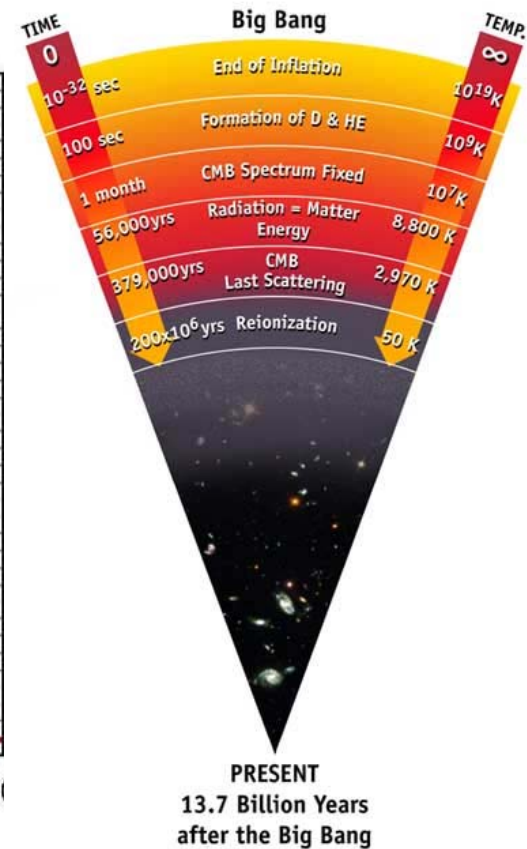
Nel modello piu' semplice la densita' di materia relativistica sara' data da una componente di fotoni e da una componente di neutrini relativistici:

$$\Omega_R = \Omega_\gamma + \Omega_\nu$$

La componente relativistica dei fotoni e' data dalla radiazione cosmica di fondo, (CMB) scoperta da Penzias e Wilson nel 1964. La CMB fornisce un'immagine dell'universo all'epoca della ricombinazione (vicino al disaccoppiamento radiazione-materia) quando l'eta' dell'universo era di poche migliaia di anni ( $z \sim 1000$ ). Lo spettro in frequenza elettromagnetica della CMB e' quello di un corpo nero praticamente perfetto a  $T = 2.728 \text{ K}$  (1 eV circa).



MAP990045



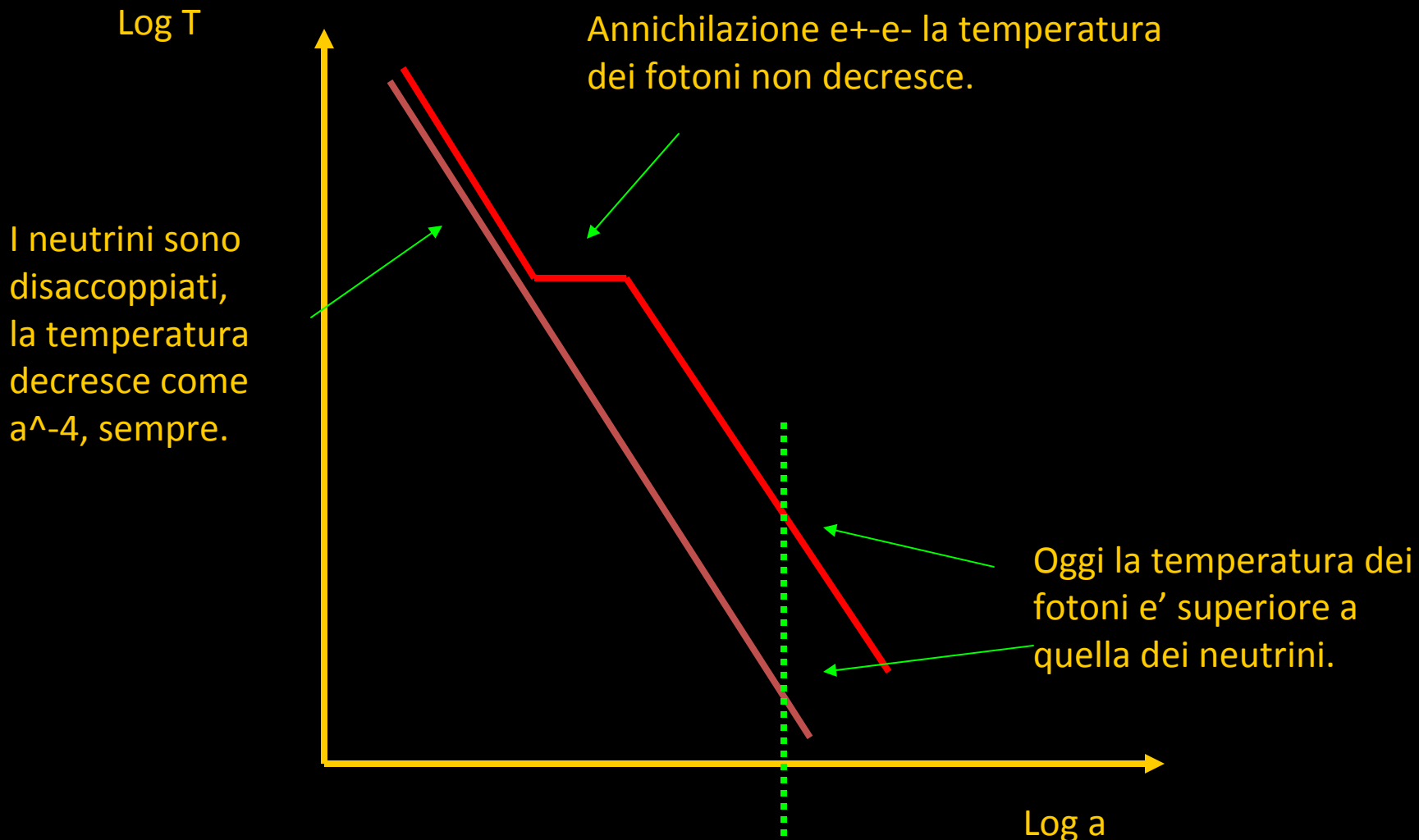
The cosmic microwave background Radiation's

Abbiamo quindi che, con  $T=2.728$  K:

$$\Omega_\gamma = \rho_\gamma / \rho_c = \frac{\pi^2}{15} T^4 / \rho_c = 2.47 \cdot 10^{-5} h^{-2}$$

Quindi, anche se c'è una dipendenza dal parametro di Hubble, la densità in fotoni al presente è trascurabile rispetto al resto.

Per quanto riguarda i neutrini relativistici si ha che questi si disaccoppiano dal plasma primordiale prima dell'annichilazione elettroni-positroni (su energie intorno al MeV). Questa annichilazione "riscalda" l'universo ma non i neutrini che quindi presenteranno una temperatura attuale inferiore a quella dei fotoni.



Il conto preciso si fa tenendo conto che l'espansione e' adiabatica e che l'entropia si conserva. Introduciamo la densita' di entropia:

$$s = \frac{\rho + P}{T} = \begin{cases} \frac{2\pi^2 T^3}{45} g_i & \text{Bose - Einstein (Fotoni)} \\ \frac{7}{8} \frac{2\pi^2 T^3}{45} g_i & \text{Fermi - Dirac (Neutrini)} \end{cases}$$

Prima e dopo l'annichilazione elettroni-positroni si ha:

Fotoni e+e-

$$s(a_1) = \frac{2\pi^2}{45} T_1^3 \left[ 2 + \frac{7}{8} (2 + 2 + 3 + 3) \right] = \frac{43}{90} \pi^2 T_1^3$$

$$s(a_2) = \frac{2\pi^2}{45} \left[ 2T_\gamma^3 + \frac{7}{8} 6T_\nu^3 \right]$$

3 Neutrini  
e Anti-nu

Sfruttando la conservazione dell'entropia e il fatto che la temperatura dei neutrini decresce sempre come  $a^{-1}$ :

$$s(a_1)a_1^3 = s(a_2)a_2^3$$

$$T_1 a_1 = T_\nu a_2$$

Si trova:

$$\left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right) = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} \rightarrow \rho_\nu = 3\frac{7}{8}\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} \rho_\gamma$$

E quindi la densità in energia dei neutrini relativistici:

$$\Omega_\nu h^2 = 1.68 \cdot 10^{-5}$$

Il modello cosmologico standard prevede quindi un background di neutrini che se Relativistici oggi possiedono una temperatura di:

$$T_\nu = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma \approx 1.945K \rightarrow kT_\nu \approx 1.68 \cdot 10^{-4} eV$$

Con densita' numerica pari a:

$$n_f = \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_f T_f^3 \rightarrow n_{\nu_k, \bar{\nu}_k} \approx 0.1827 \cdot T_\nu^3 \approx 112 cm^{-3}$$

Se i neutrini oggi non sono relativistici abbiamo che possiamo :

$$\Omega_\nu = \frac{n_{\nu_k, \bar{\nu}_k} m_\nu}{\rho_c} \Rightarrow \Omega_\nu h^2 = \frac{\sum_\nu m_\nu}{92.5 eV}$$



Conoscendo la densita' di energia relativistica attuale possiamo quindi vedere quando la materia ha cominciato a dominare sulla radiazione:

$$\rho_M(a_{EQ}) = \Omega_M \rho_c a_{EQ}^{-3} = \rho_R(a_{EQ}) = (\Omega_R h^2) \rho_c a_{EQ}^{-4} / h^2$$

Da cui:

$$a_{EQ} = \frac{4.15 \cdot 10^{-5}}{\Omega_M h^2} \rightarrow z_{EQ} = 2.4 \cdot 10^4 \Omega_M h^2 \approx 3400$$

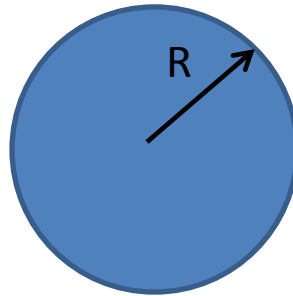
Questo assumendo 3 neutrini relativistici e fotoni. Se ci sono altre particelle relativistiche o altre particelle che si disaccoppiano in seguito la situazione cambia. Al momento le osservazioni sono in accordo con questo modello.

Crescita delle perturbazioni ed instabilità gravitazionale:

$$\delta(\vec{x}, t) = \frac{\rho(\vec{x}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)}$$

Mentre  $\delta$  può avere qualunque valore massimo, può avere come limite minimo  $\delta = -1$ . In generale quindi non ci aspettiamo una distribuzione di valori gaussiani. Tuttavia limitiamoci al caso in cui  $|\delta| \ll 1$ .

Consideriamo allora una perturbazione sferica di raggio  $R$  in un universo **statico**.



$$\Delta M = \bar{\rho} \delta$$

$$\ddot{R} = -\frac{G(\Delta M)}{R^2} = -\frac{G}{R^2} \left( \frac{4\pi}{3} R^3 \bar{\rho} \delta \right)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} \bar{\rho} \delta$$

$$M = \frac{4\pi}{3} \bar{\rho} [1 + \delta(t)] R^3 = \text{costante}$$

$$R(t) = \left( \frac{3M}{4\pi \bar{\rho}} \right)^{1/3} [1 + \delta(t)]^{-1/3} \approx R_0 \left[ 1 - \frac{\delta(t)}{3} \right]$$

Prendendo la derivata seconda per  $|\delta| \ll 1$  si ha:

$$\frac{\ddot{R}}{R} \approx -\frac{1}{3} \ddot{\delta}$$

Otteniamo quindi:

$$\ddot{\delta} = 4\pi G \bar{\rho} \delta$$

Con soluzioni (crescita o decrescita esponenziale della fluttuazione):

$$\delta = A e^{t/t_{dyn}} + B e^{-t/t_{dyn}}$$

Con :

$$t_{dyn} = \frac{1}{(4\pi G \bar{\rho})^{1/2}}$$

## Effetti di pressione

Al collasso gravitazionale si oppongono effetti dovuti a gradienti di pressione.

Dato un gas con equazione di stato:

$$P = w\rho$$

Nel caso non relativistico si ha:

$$w \approx \frac{kT}{\mu c^2}$$

Con  $\mu$  massa media per particella:

$$c_s = c \left( \frac{dP}{d\rho} \right)^{1/2} = \sqrt{w}c$$

Il tempo scala per instaurarsi un gradiente di pressione in una sfera di raggio  $R$  sara' (il discorso e' piu' o meno equivalente per i fenomeni di free streaming dove pero'  $c_s=c$ ):

$$t_{pre} \approx \frac{R}{c_s}$$

$$t_{pres} > t_{dyn}$$

Si ha collasso gravitazionale

$$t_{pres} < t_{dyn}$$

Non si ha collasso gravitazionale

$$t_{pres} = t_{dyn} \quad \Longrightarrow \quad R_J = c_s t_{dyn} = \frac{c_s}{\sqrt{4\pi G \bar{\rho}}}$$

Lunghezza di Jeans

$$R > R_J$$

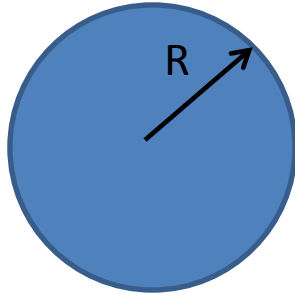
Si ha collasso gravitazionale

$$R < R_J$$

Non si ha collasso gravitazionale

$R_J \approx 10^5 km$  per l'atmosfera terrestre

Collasso per universo in espansione consideriamo MATERIA OSCURA FREDDA ( $R_J=0$ ):



$$\rho(t) = \bar{\rho}(t)[1 + \delta(t)]$$

$$\ddot{R} = -\frac{GM}{R^2} = -\frac{4\pi G}{3} R \bar{\rho} - \frac{4\pi G}{3} R \bar{\rho} \delta \quad \leftarrow$$

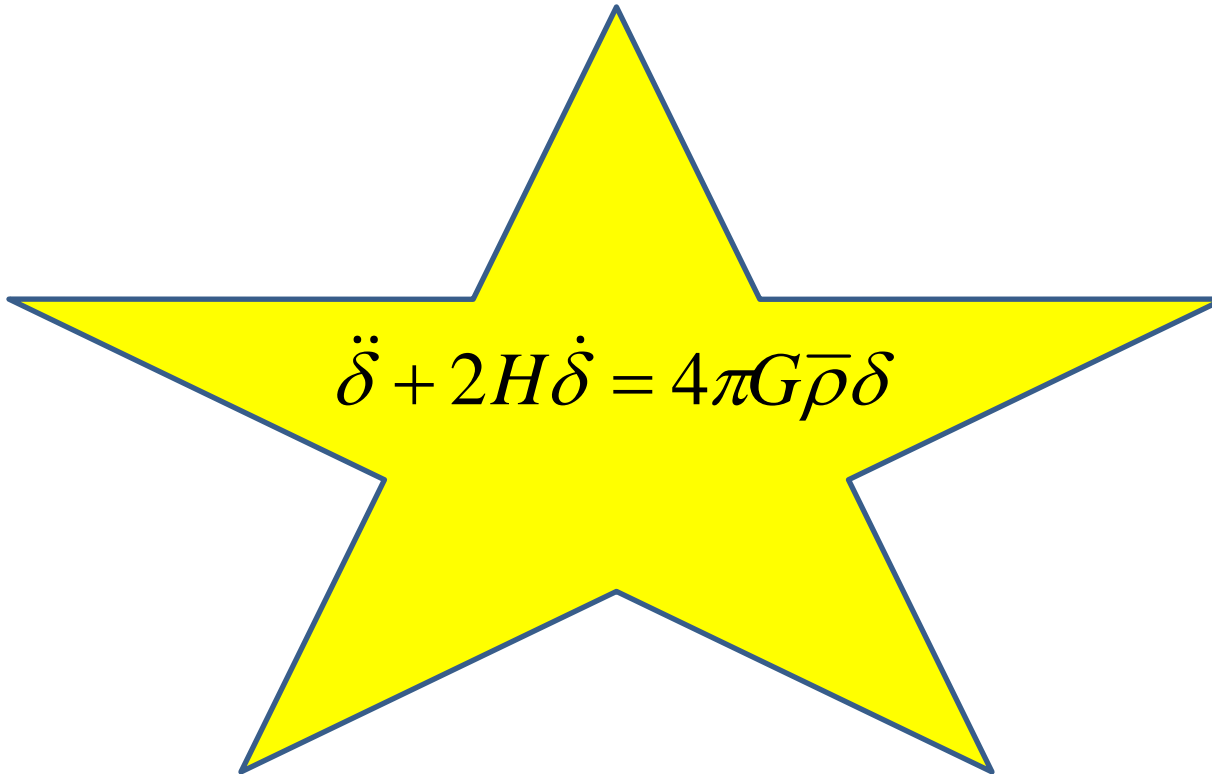
$$M = \frac{4\pi}{3} \bar{\rho}(t)[1 + \delta(t)]R^3 = \text{costante}$$

$$R(t) \propto \bar{\rho}(t)^{-1/3} [1 + \delta(t)]^{-1/3} = a(t)[1 + \delta(t)]^{-1/3}$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{1}{3} \ddot{\delta} - \frac{2}{3} \frac{\dot{a}}{a} \dot{\delta} \quad \leftarrow$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{1}{3}\ddot{\delta} - \frac{2}{3}\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} = -\frac{4\pi}{3}G\bar{\rho} - \frac{4\pi}{3}G\bar{\rho}\delta$$

$$-\frac{1}{3}\ddot{\delta} - \frac{2}{3}\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} = -\frac{4\pi}{3}G\bar{\rho}\delta$$



$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - \frac{3}{2}\Omega_m(t)H^2\delta = 0$$

Alcune soluzioni per la crescita di perturbazioni nella materia oscura:

Universo dominato da materia oscura fredda:

$$\ddot{\delta} + \frac{4}{3t} \dot{\delta} - \frac{2}{3t^2} \delta = 0 \quad \delta(t) \approx D_1 t^{2/3} + D_2 t^{-1}$$

$$\delta(t) \approx a(t)$$

Universo dominato da radiazione:

$$\ddot{\delta} + \frac{1}{t} \dot{\delta} = 0 \quad \delta(t) \approx B_1 + B_2 \ln t$$

Universo dominato da costante cosmologica:

$$\ddot{\delta} + 2H_\Lambda \dot{\delta} = 0 \quad \delta(t) \approx C_1 + C_2 e^{-2H_\Lambda t}$$

Non sono importanti solo gli effetti di pressione ma anche l'espansione !  
Io posso avere una lunghezza d'onda di Jeans uguale a zero ma il collasso può  
Essere arrestato se la componente che guida l'espansione non è quella che  
"Clusterizza".



Questo fornisce l'andamento molto qualitativo delle perturbazioni.  
 Un calcolo più raffinato deve procedere nei seguenti step:

- Includere perturbazioni su tutte le scale, anche superiori all'orizzonte, quindi necessita' della relativita' generale.

$$g_{\alpha\beta}(\vec{x}, t) = \bar{g}_{\alpha\beta}(t) + a^2(t)h_{\alpha\beta}(\vec{x}, t) \quad T_{\alpha\beta}(\vec{x}, t) = T_{\alpha\beta}(t) + \partial T_{\alpha\beta}(\vec{x}, t)$$

- Considerare non solo perturbazioni sferiche ma generiche.

Questo implica il lavorare nello spazio di Fourier. Ogni singolo modo di Fourier in regime lineare evolve in modo indipendente dagli altri. Possiamo quindi scrivere:

$$\delta(\vec{x}, t) \rightarrow \delta_{\vec{k}}(t) \quad \ddot{\delta}_k + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta}_k = 4\pi G\rho(t)$$

- Considerare l'evoluzione di più componenti e loro interazioni (i.e. fotoni con barioni).
- Considerare gli effetti di pressione (lunghezza d'onda di Jeans etc) per ciascuna componente di Fourier.

$$\ddot{\delta}_k + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta}_k = 4\pi G\rho(t) \left( 1 - \frac{k^2}{a^2 k_j^2} \right)$$

Lavorare nello spazio di Fourier ha molti vantaggi. Nel regime lineare (piccole perturbazioni) l'evoluzione di ogni modo e' **indipendente**.

Un punto importante e' che durante l'evoluzione dell'Universo vi e' una scala caratteristica (che dipende dal tempo) che e' quella dell'**orizzonte di Hubble**.

$$d_{\text{Horizon}} = cH^{-1} = c \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^{-1} \approx ct \text{ (per radiazione, materia)}$$

Dato che l'espansione dell'universo e' meno "veloce" di quella dell'orizzonte, la componente di Fourier di una perturbazione associata ad una certa scala

$$\delta_k \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

maggiore dell'orizzonte al tempo t, potra' trovarsi all'"interno" dell'orizzonte a tempi successivi. L'andamento delle perturbazioni varia molto nei due regimi perche' all'interno dell'orizzonte hanno luogo processi (es. la pressione di radiazione) che non sono possibili al di fuori dell'orizzonte e che possono ostacolare la crescita della perturbazione.

L'evoluzione di una perturbazione di una certa scala potra' dipendere quindi da **quando questa scala e' entrata all'interno dell'orizzonte**.

$$k / a < c^{-1} H \quad \text{Perturbazione "fuori" l'orizzonte}$$

$$k / a > c^{-1} H \quad \text{Perturbazione "dentro" l'orizzonte}$$

Quando le perturbazioni sono fuori dell'orizzonte crescono sempre indipendentemente dal tipo di componente considerata.

Quindi se la perturbazione e' fuori dall'orizzonte cresce come:

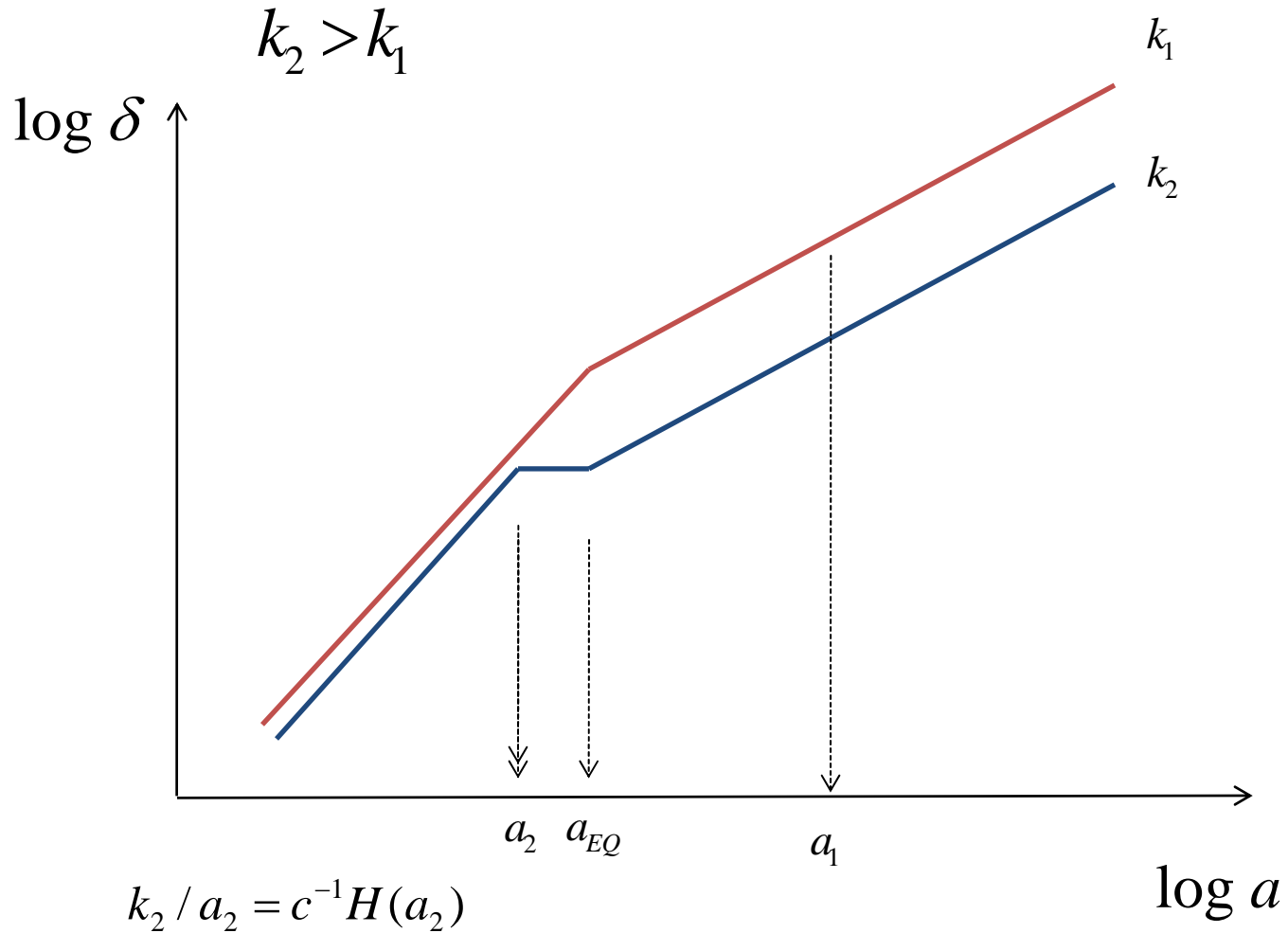
$$\delta_k \approx a^2 \quad \text{Espansione dominata da radiazione.}$$

$$\delta_k \approx a \quad \text{Espansione dominata da materia.}$$

Ad un certo punto pero' la scala entra nell'orizzonte e la componente evolve seguendo, ad esempio:

$$\ddot{\delta}_k + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta}_k = 4\pi G\rho(t)\left(1 - \frac{k^2}{a^2 k_j^2}\right)$$

# Crescita di perturbazioni nella materia oscura in funzione del fattore di scala



Perturbazione **Rossa**: entra nell'orizzonte DOPO l'equivalenza

Perturbazione **Blu**: entra nell'orizzonte PRIMA dell'equivalenza

Alcuni casi:

Fotoni:  $R_J = \frac{c}{\sqrt{4\pi G \bar{\rho}}} \approx cH^{-1}$

Neutrini (relativistici):  $R_J = \frac{c}{\sqrt{4\pi G \bar{\rho}}} \approx cH^{-1}$

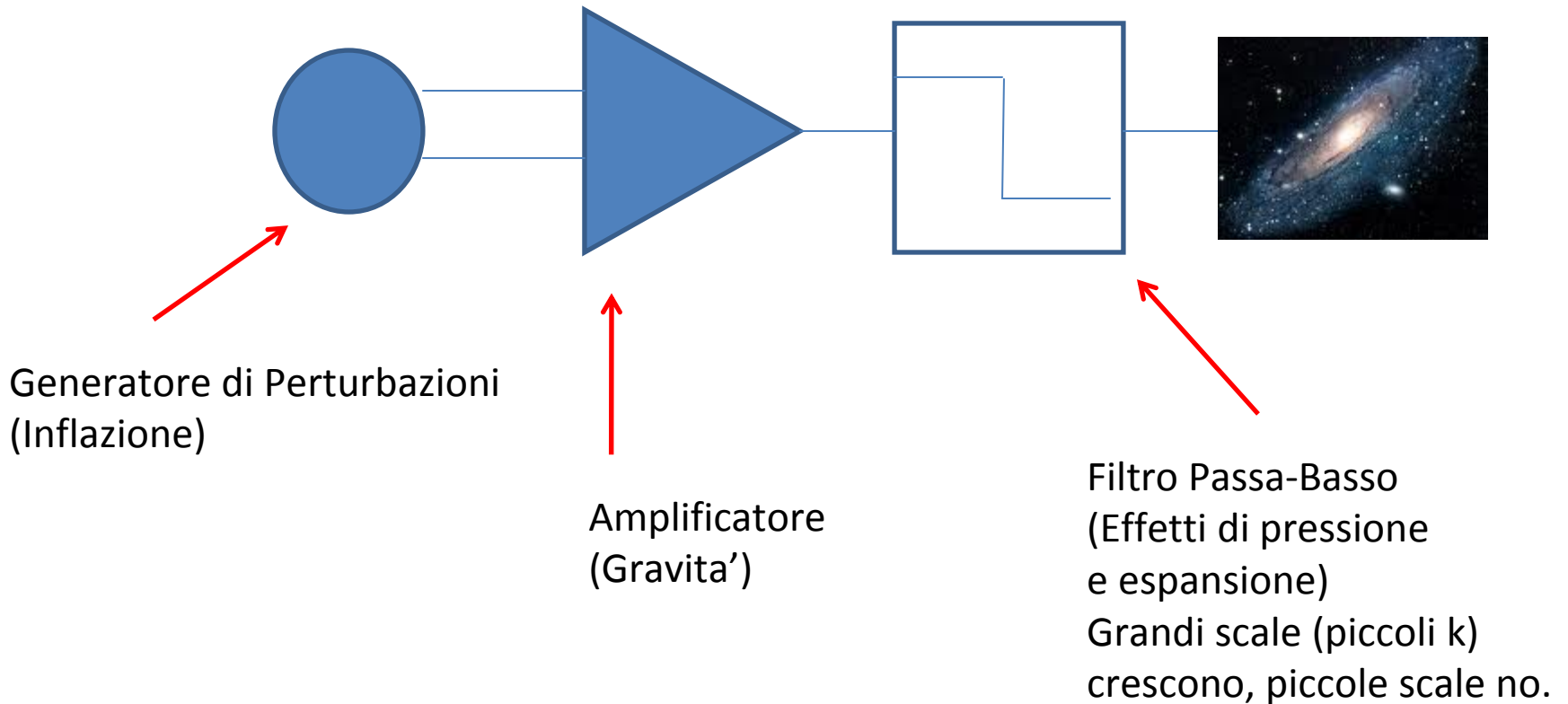
Materia Barionica (prima del disaccoppiamento):  $R_J = \frac{c}{\sqrt{12\pi G \bar{\rho}}} \approx cH^{-1}$

Materia Barionica (dopo disaccoppiamento):  $R_J \approx \sqrt{\frac{kT}{m_p c^2}} H^{-1} \ll 1$

Materia oscura fredda:  $R_J \approx \sqrt{\frac{kT}{m_{dm} c^2}} H^{-1} \approx 0$

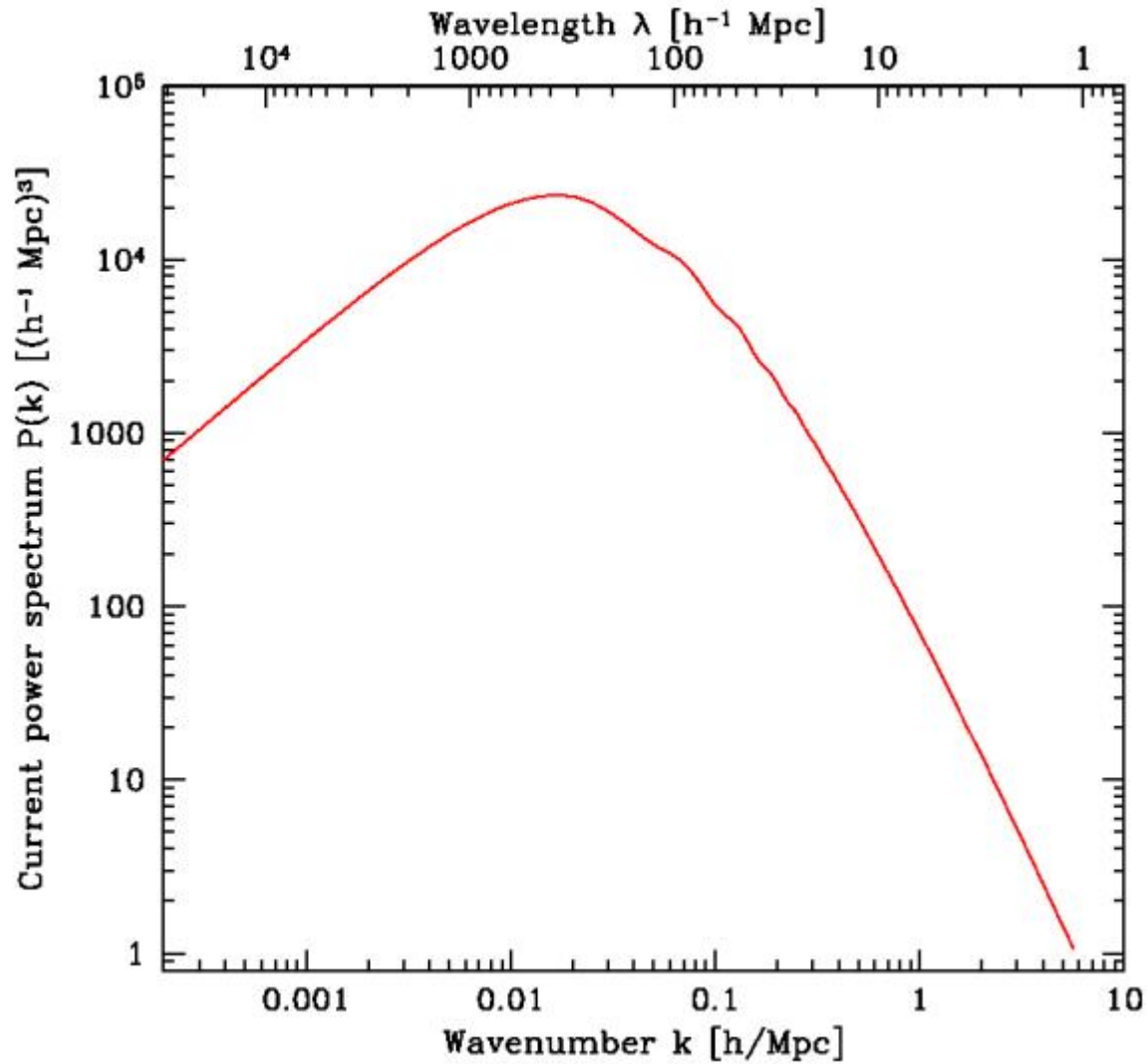
Per fotoni, neutrini e materia barionica accoppiata (plasma) la lunghezza di Jeans e' praticamente l'orizzonte di Hubble. Appena entrano nell'orizzonte le perturbazioni Oscillano e vengono dissipate.

# Circuito Cosmologico

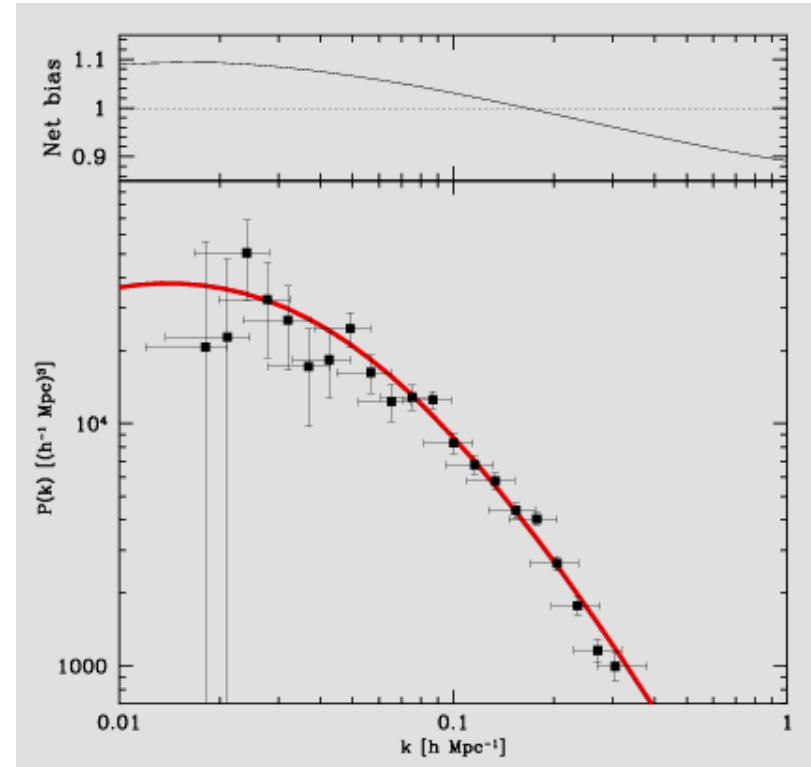
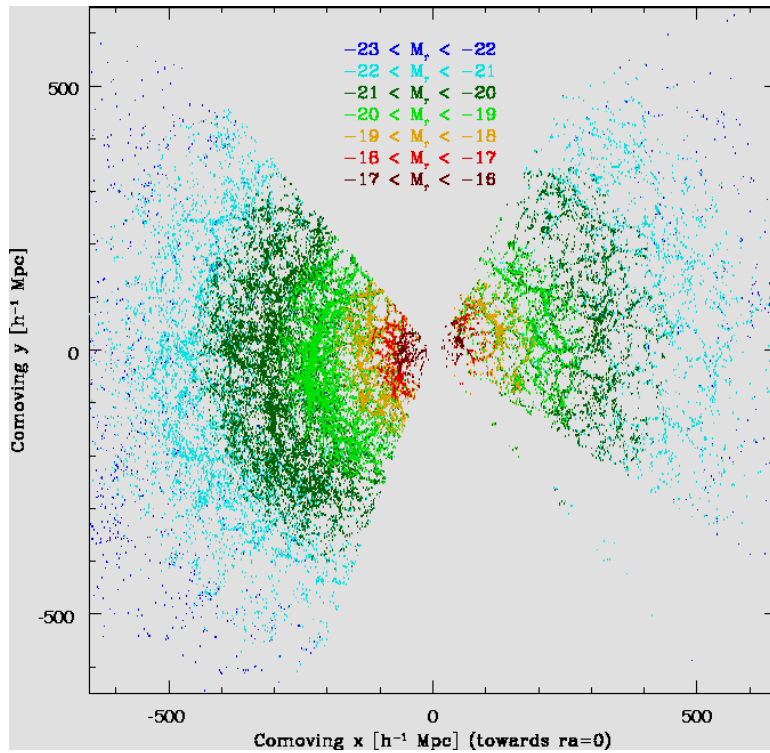


# Modello CDM

$$P(k) = \delta_k^2$$

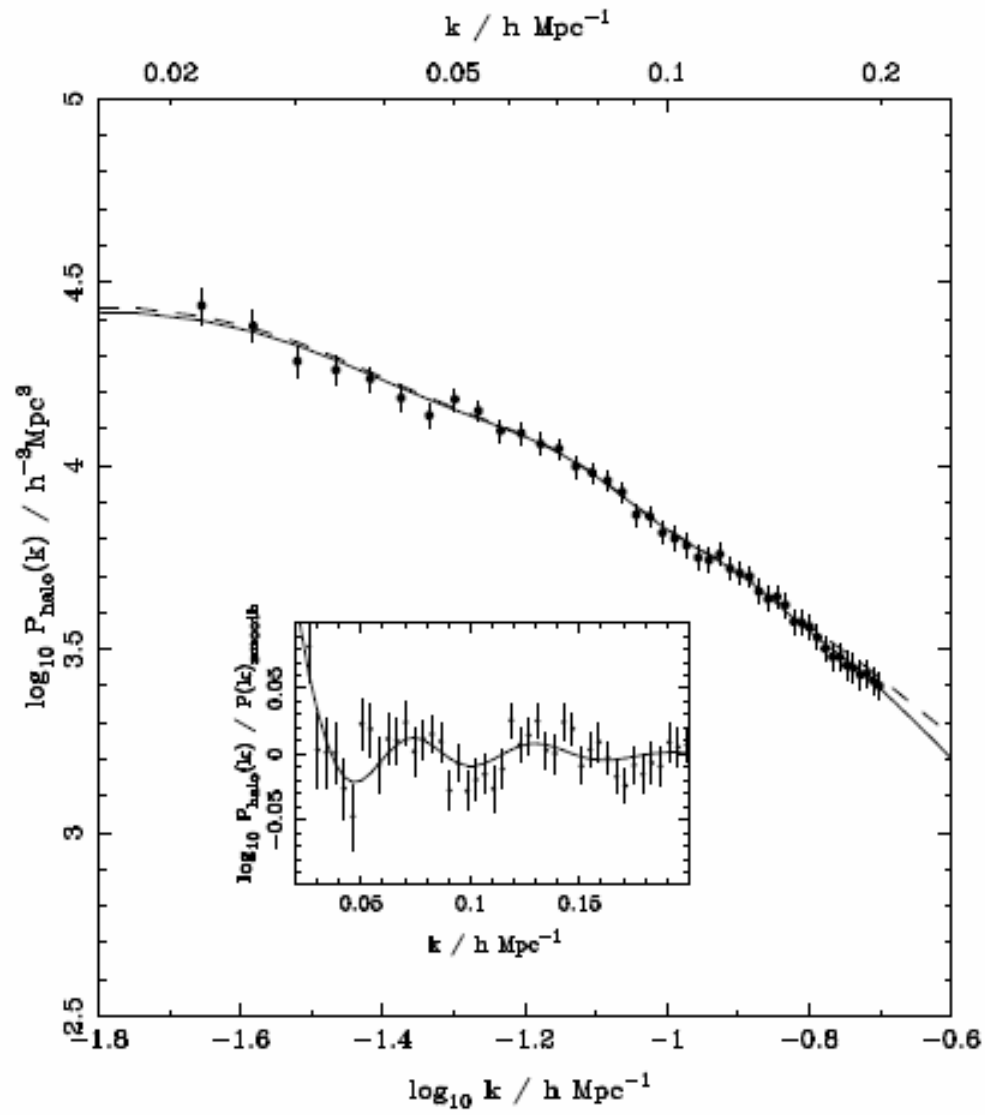


# Galaxy Clustering: Data









SLOAN DR-7, Reid et al, 2009

# Effetti dei neutrini sulla crescita delle perturbazioni

Come abbiamo visto se la componente (materia oscura fredda) puo' collassare allora si ha:

$$\delta \approx a$$

Se pero', in un modello a piu' componenti, solo una frazione  $\Omega_*$  puo' collassare allora si ha:

$$\delta \approx a^p \quad p \approx \Omega_*^{3/5}$$

Nell'epoca dominata dalla radiazione  $p=0$  e quindi non abbiamo collasso.

Nell'epoca recente dominata da  $\Lambda$  si ha ancora,  $p=0$ .

Le fluttuazioni crescono quindi solo nell'epoca dominata dalla materia con un fattore di crescita netto:

$$\left( \frac{a_{\Lambda D}}{a_{MD}} \right)^p \approx 4700^p$$

Neutrini non relativistici massivi non sono ugualmente capaci di collassare per le loro velocita' elevate. Tra l'epoca dominata dalla materia e quella della dark energy questi costituiscono essenzialmente una frazione costante della materia:

$$f_\nu = 1 - \Omega_\nu$$

Questa frazione puo' essere connessa alla massa del neutrino:

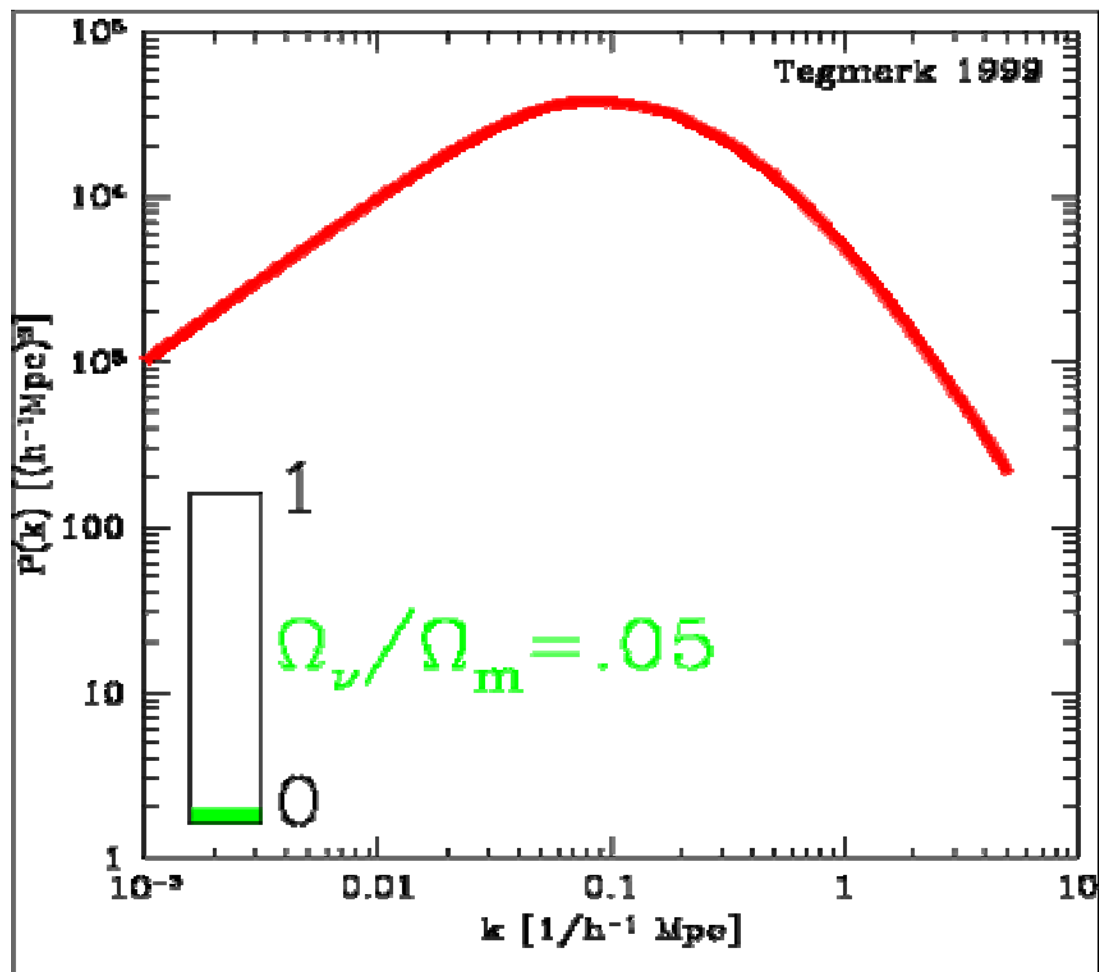
$$f_\nu \approx \frac{\sum m_\nu}{\Omega_* h^2 \times 92.5 eV}$$

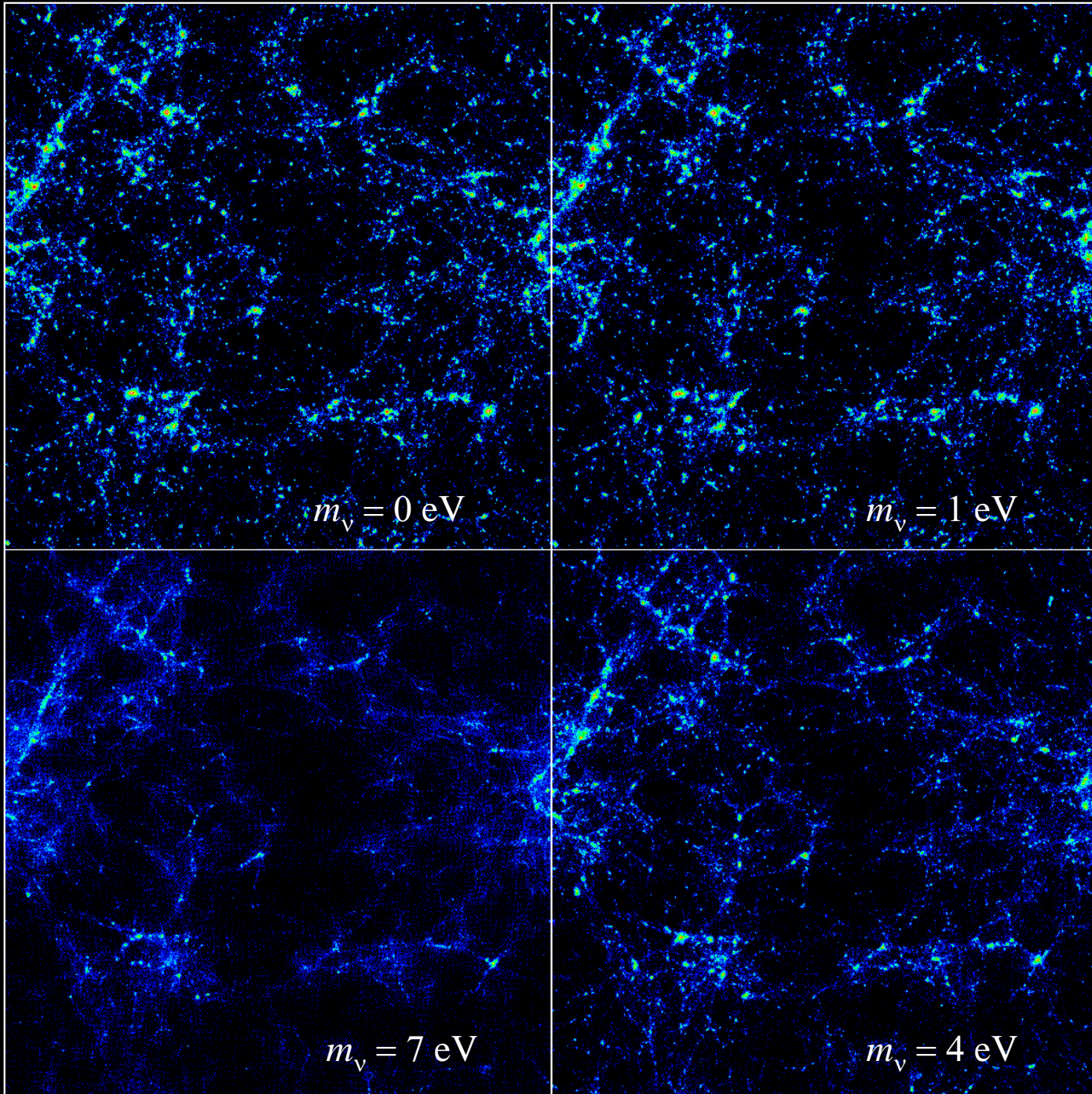
Il fattore di crescita netto e' quindi dato da:

$$\left( \frac{a_{\Lambda D}}{a_{MD}} \right)^p \approx 4700^p \approx 4700^{(1-f_\nu)^{3/5}} \approx 4700 e^{-4f_\nu}$$

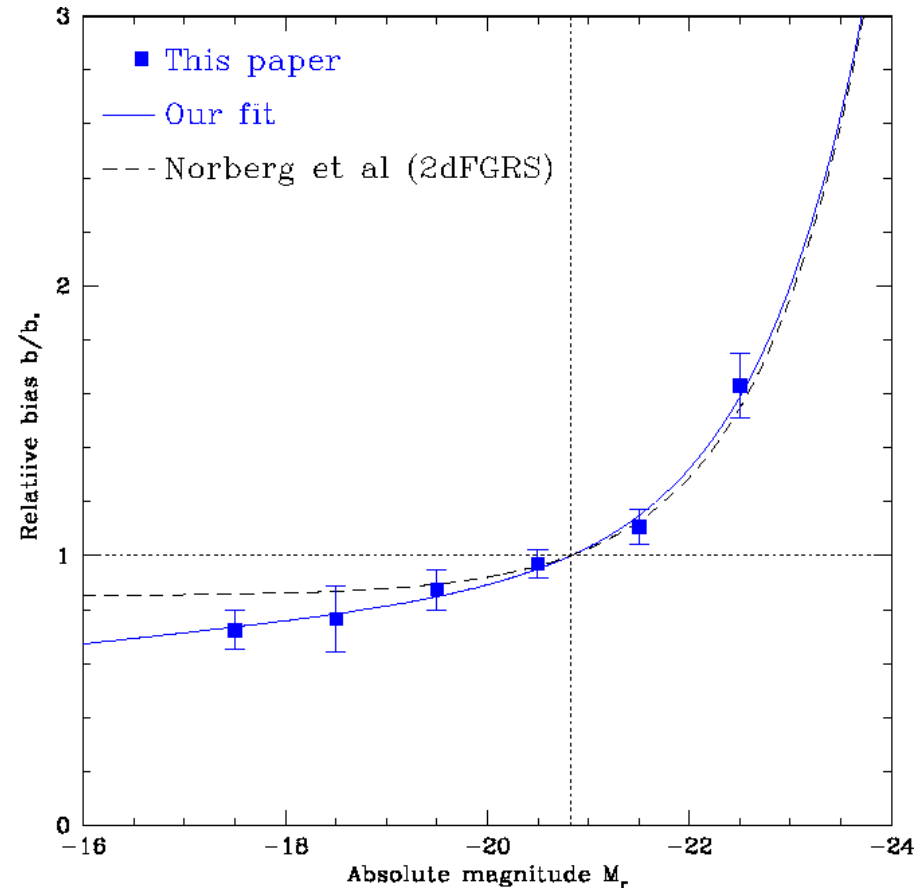
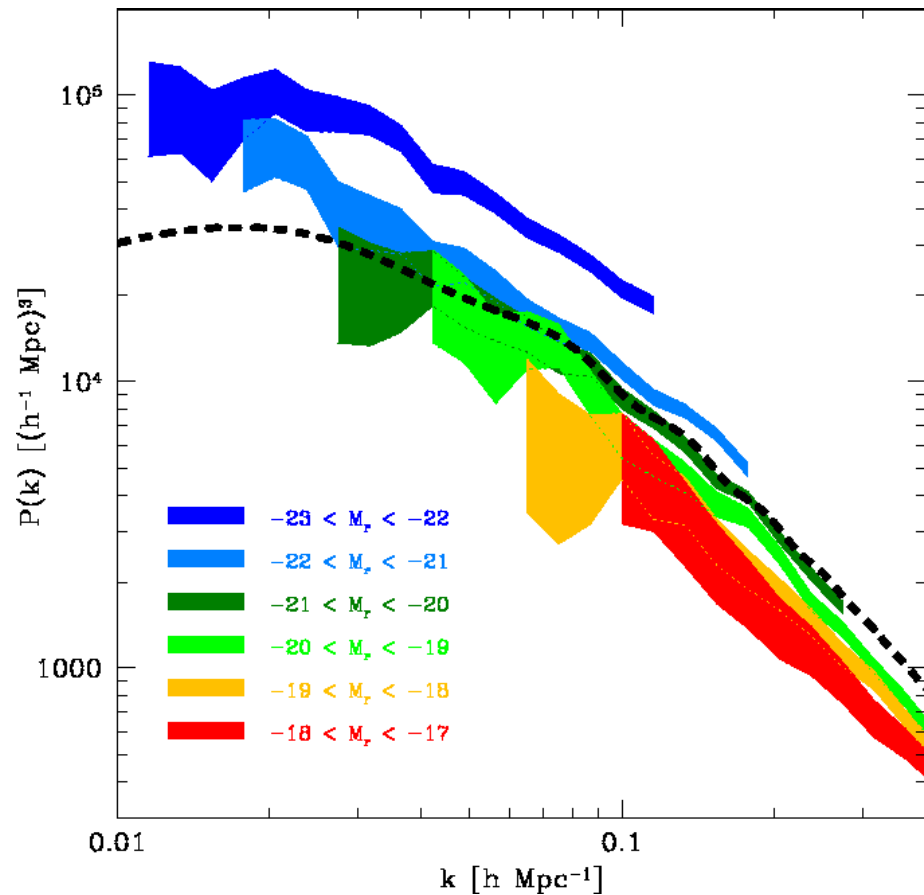
Lo spettro di potenza e' la varianza delle fluttuazioni nello spazio di Fourier. Si ha quindi uno smorzamento pari a:

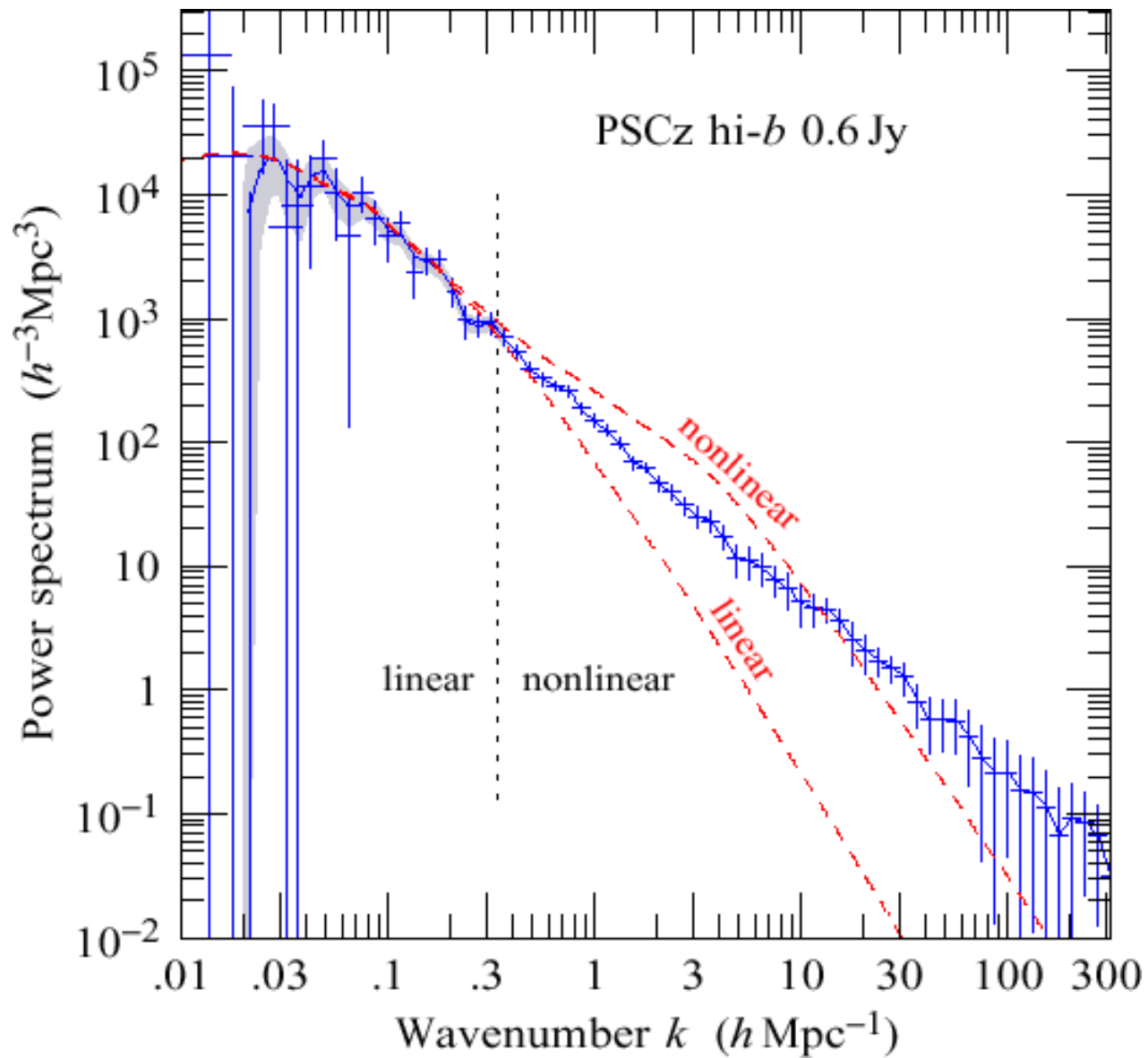
$$P(k, f_\nu) \cong e^{-8f_\nu} P(k, 0)$$





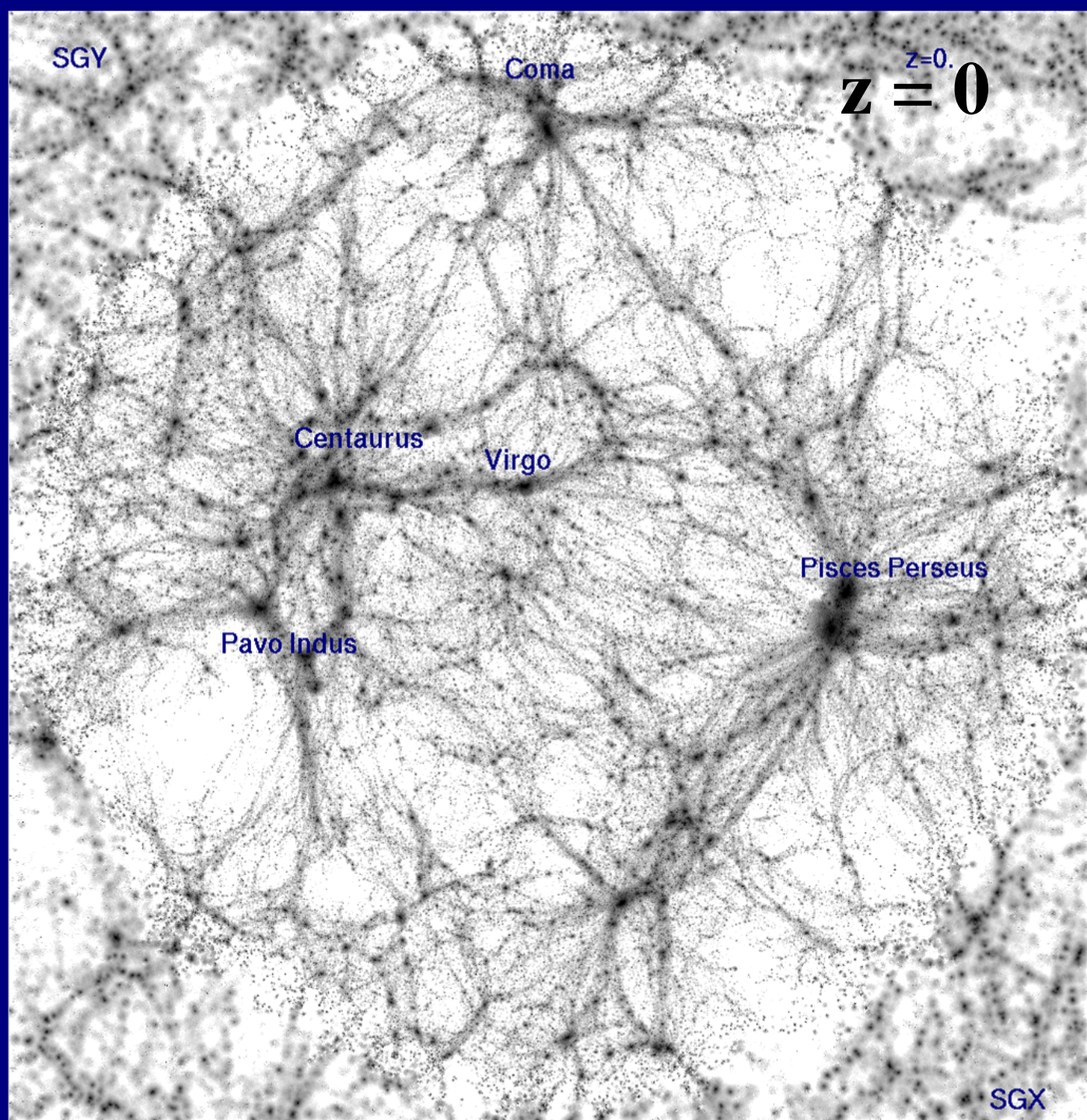
# Bias di Luminosità





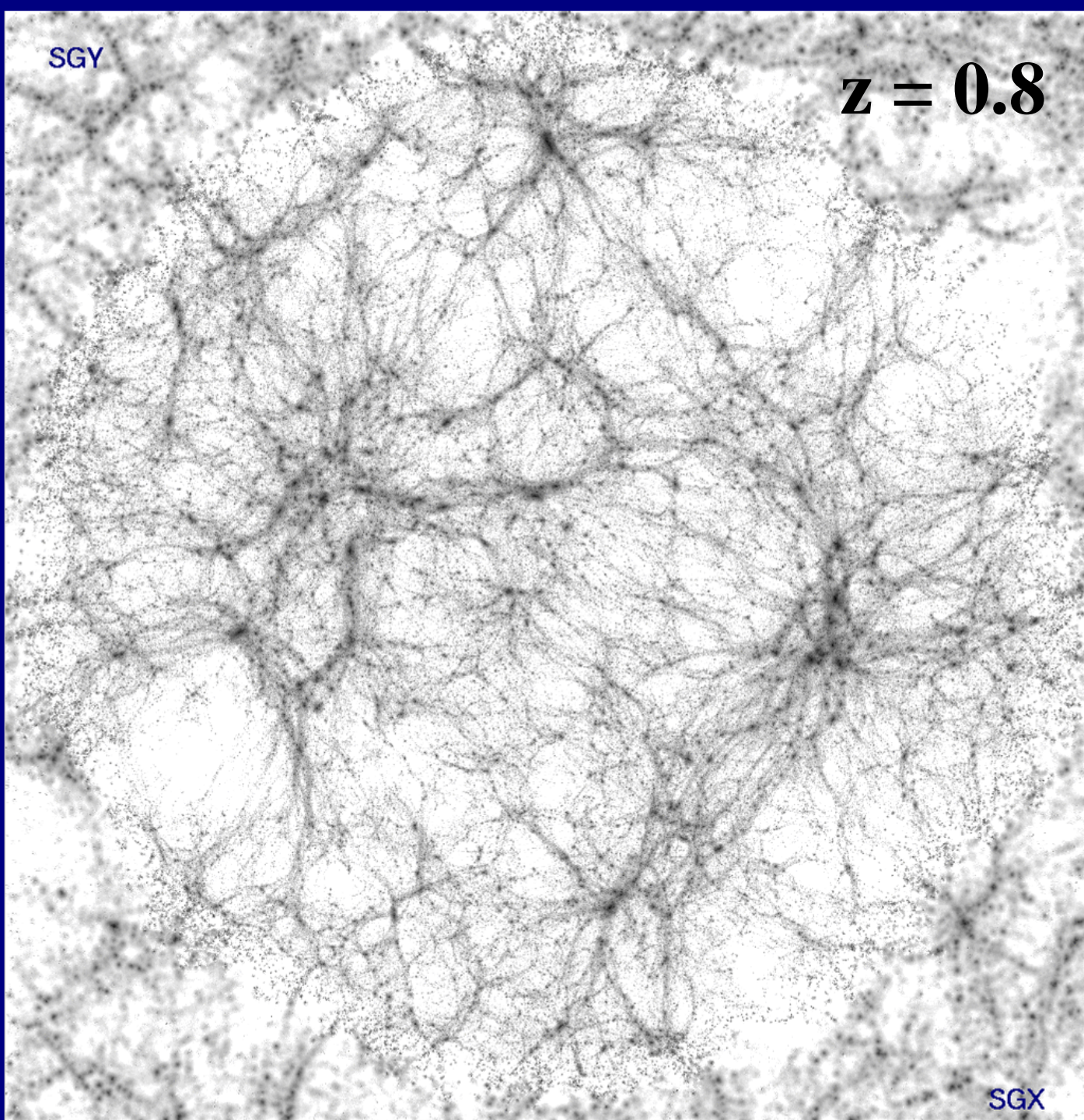


Mathis, Lemson, Springel, Kauffmann, White & Dekel 2001



SGY

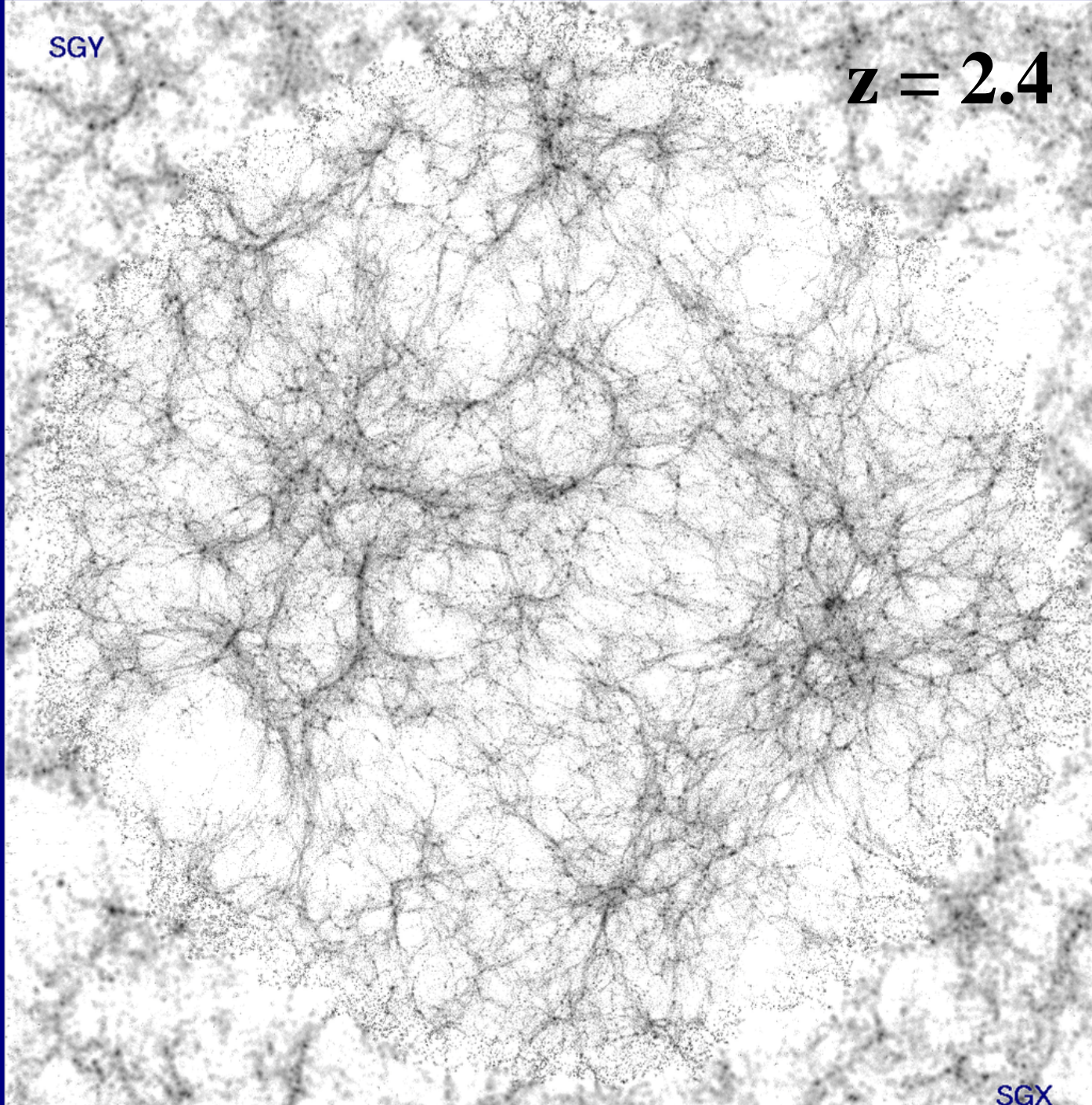
**$z = 0.8$**



SGX

SGY

$z = 2.4$

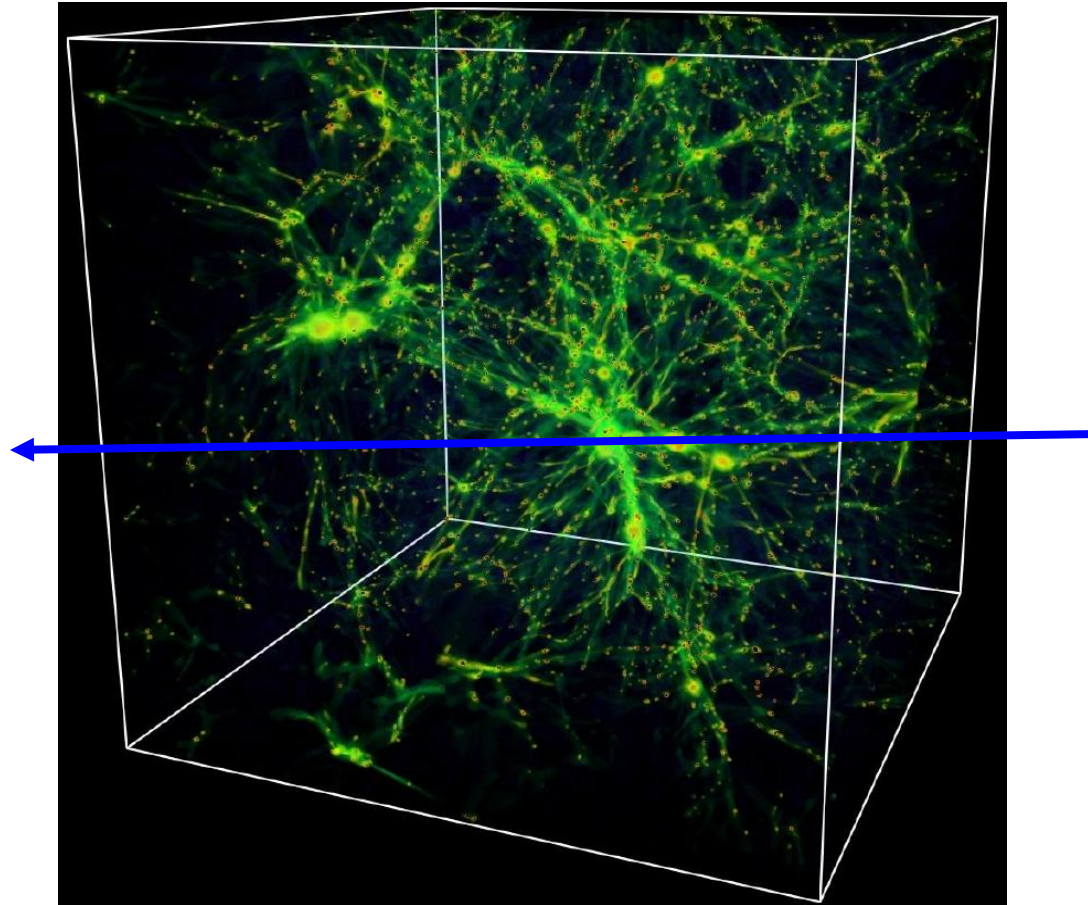


SGX

# Lyman Alpha Forest Simulation: Cen et al 2001

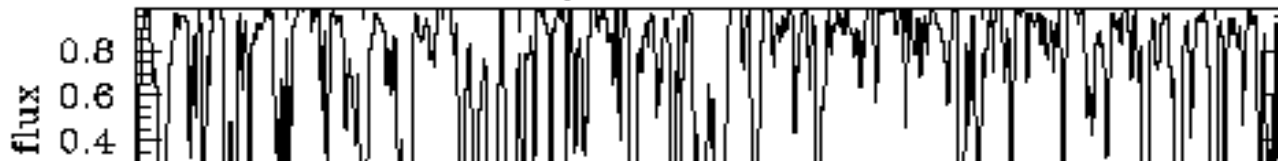


Noi

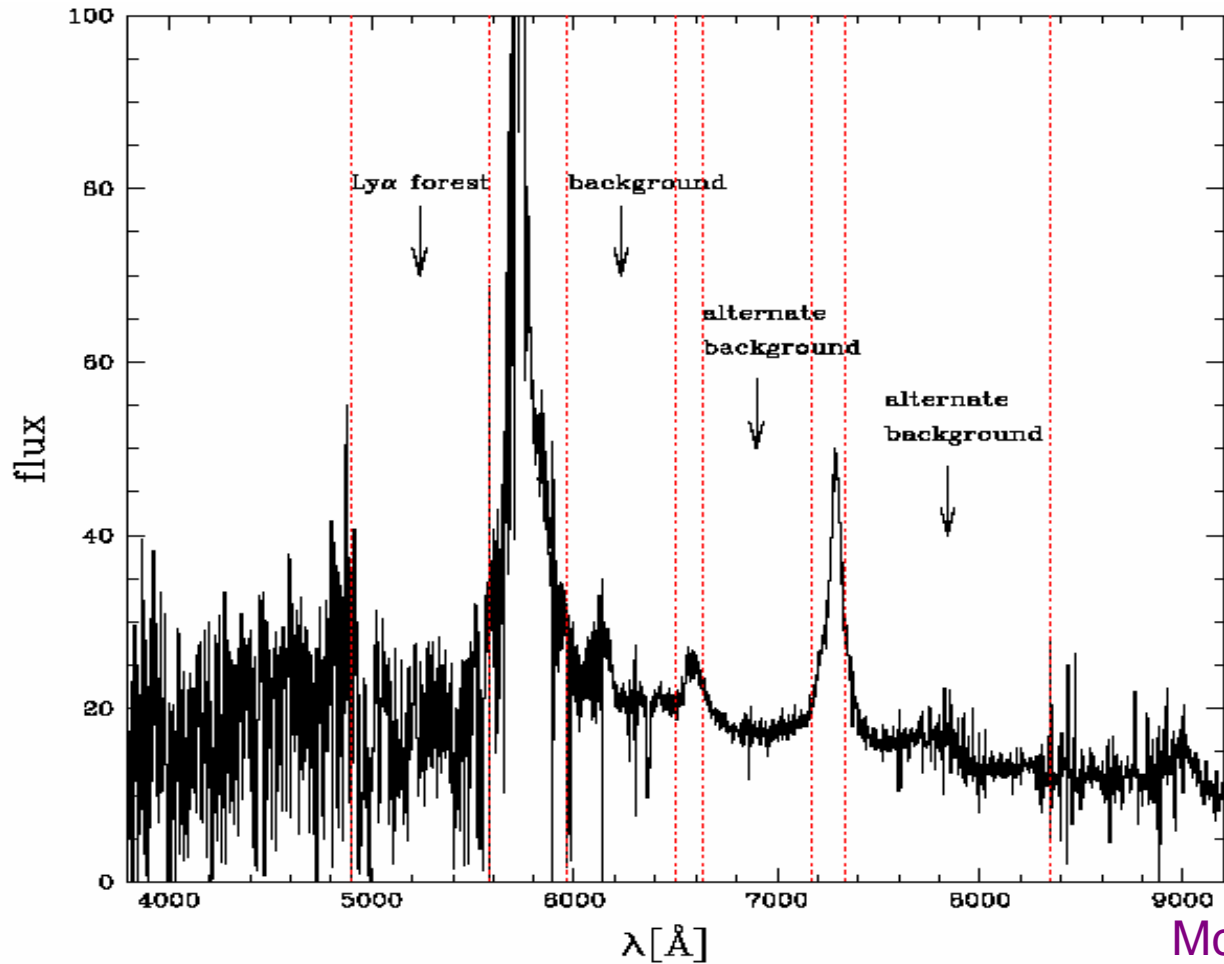


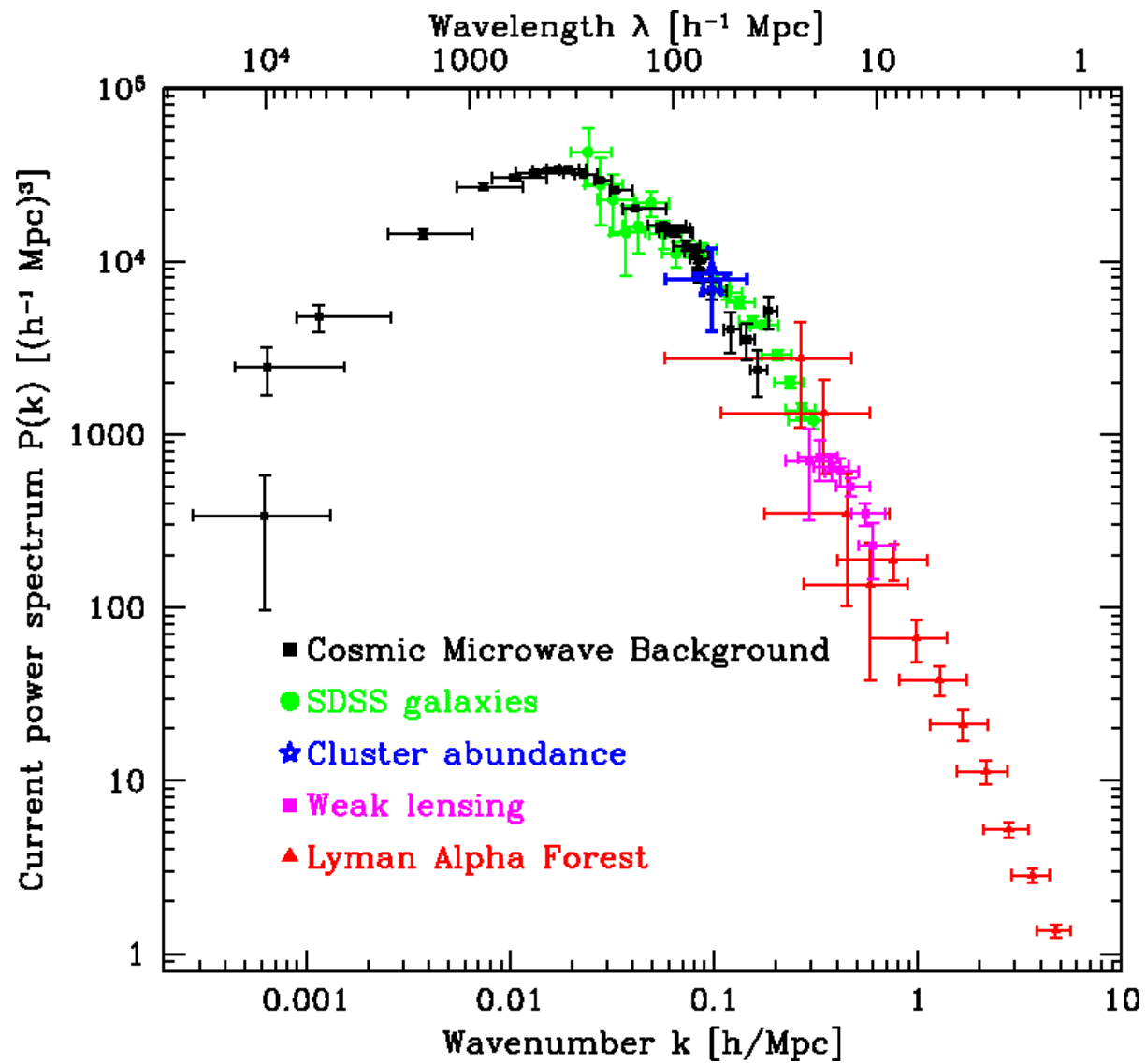
Quasar

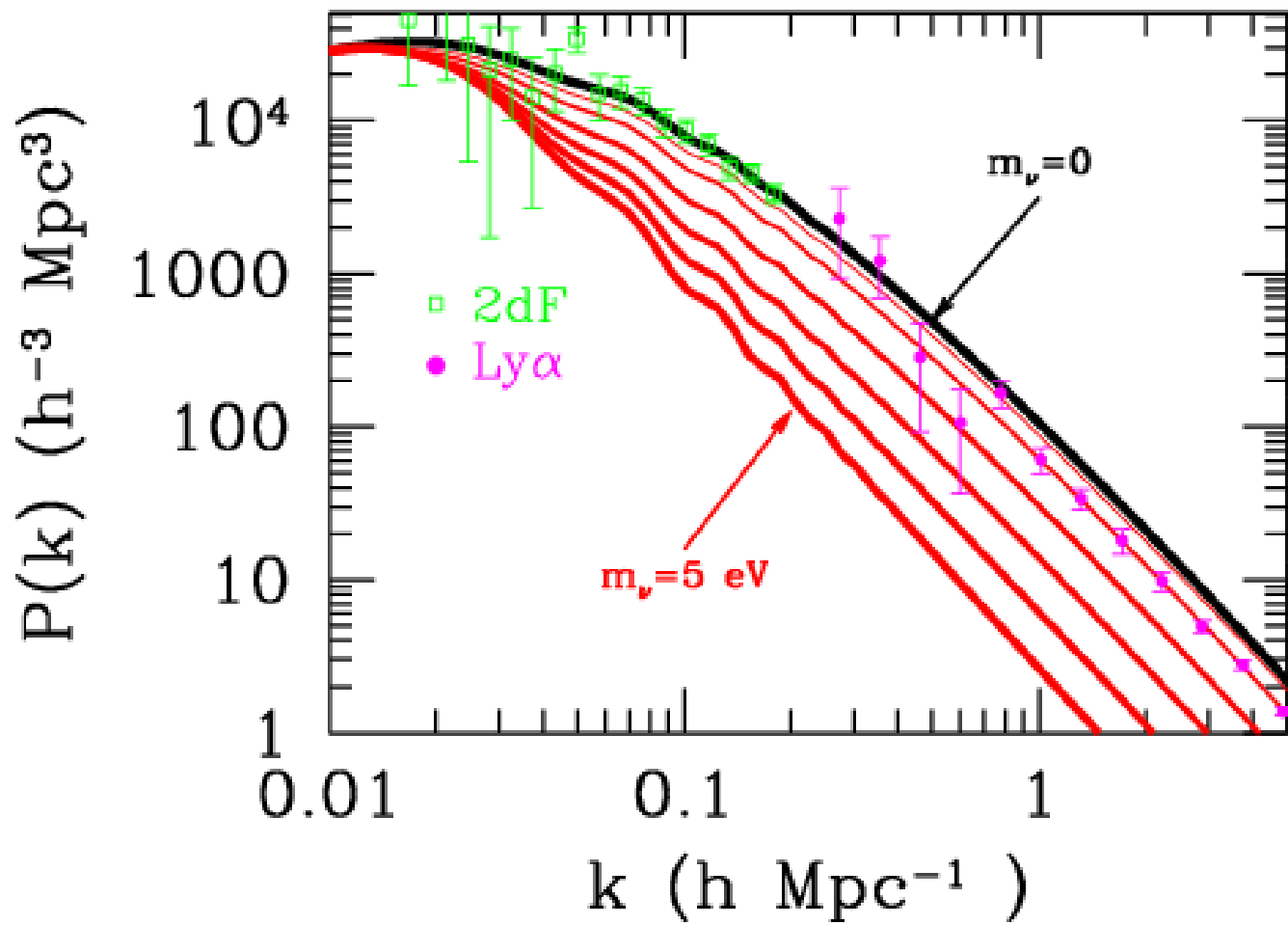
QSO 1422+2301

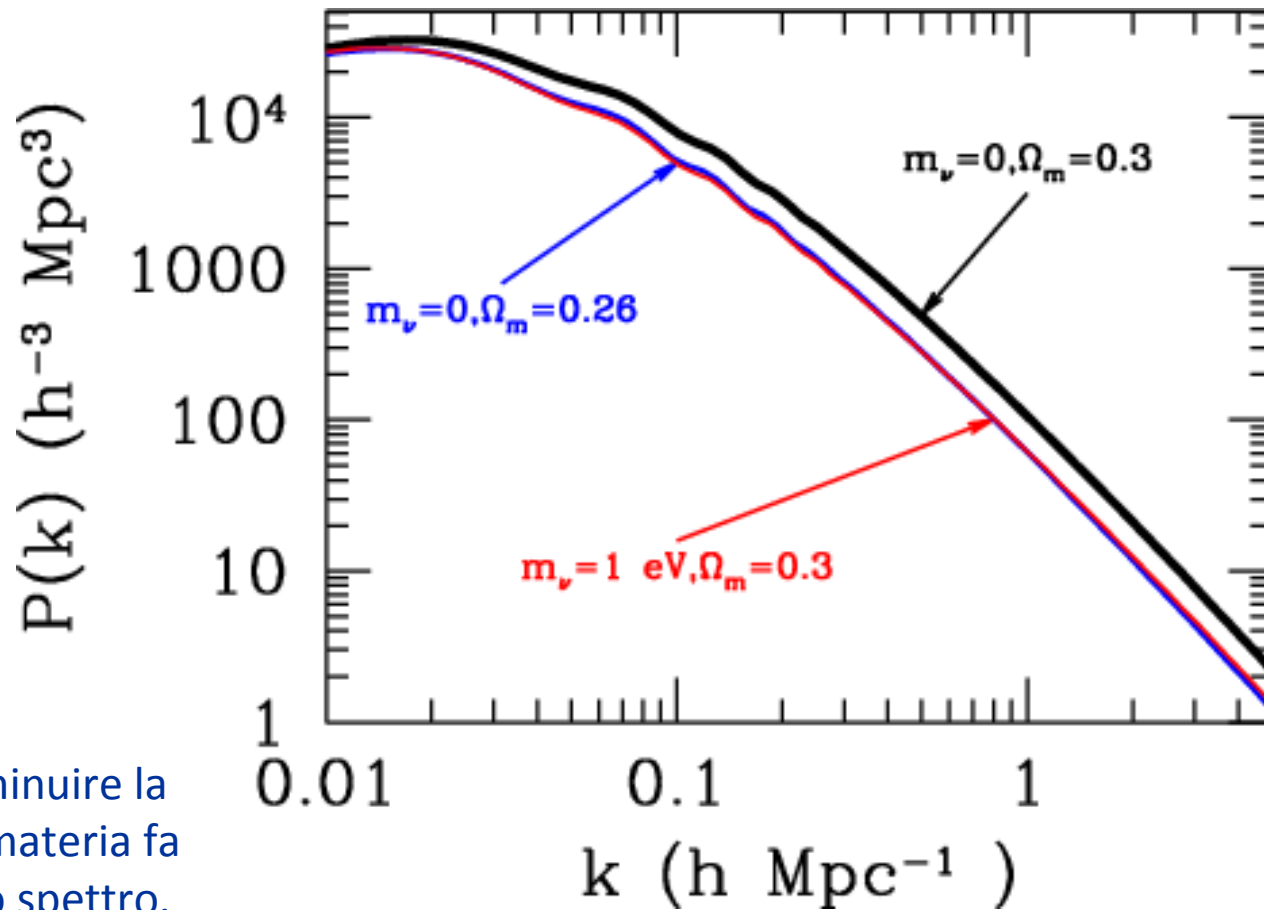


# Lyman alpha forest









- Anche diminuire la densita' di materia fa Diminuire lo spettro.

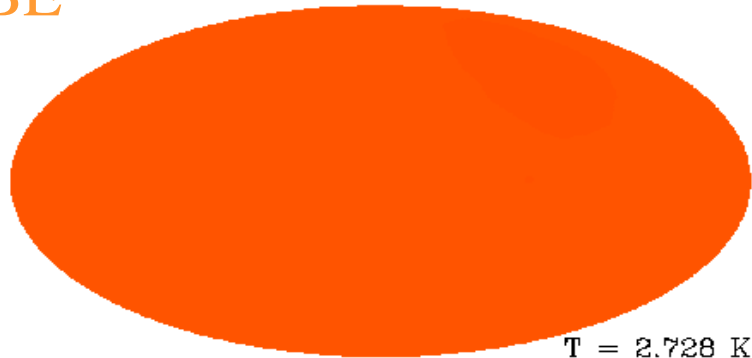
- Questo ha praticamente il medesimo effetto di un **neutrino massivo**



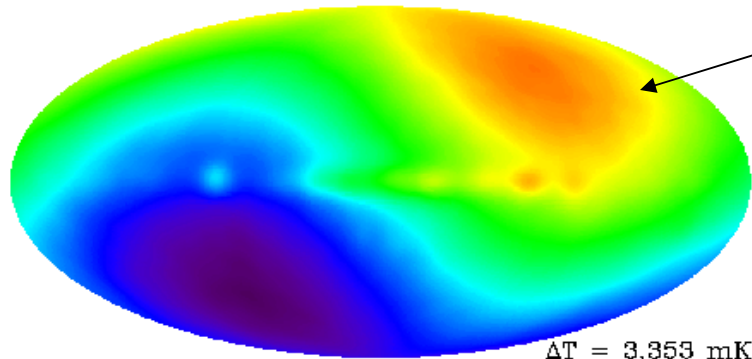
# The Microwave Sky

COBE

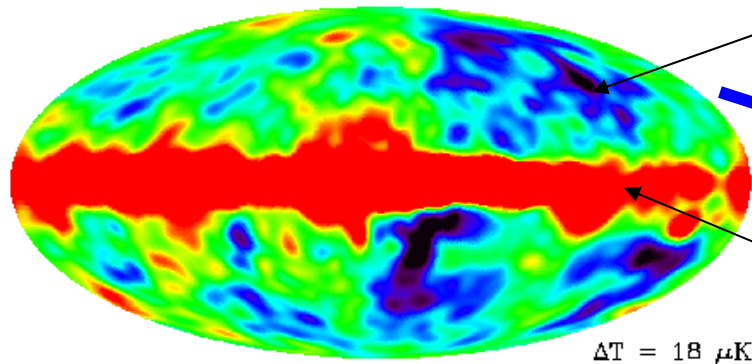
Uniform...



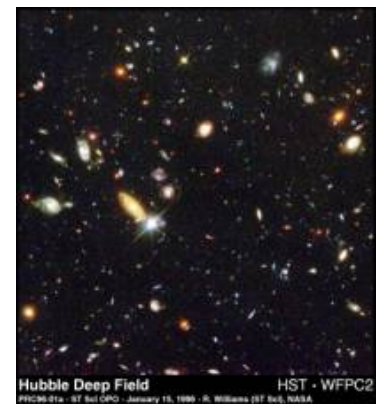
Dipole...



Imprint left by primordial  
tiny density inhomogeneities  
( $z \sim 1000$ )..



Galaxy ( $z=0$ )



# Wilkinson Microwave Anisotropy Probe

*A partnership between  
NASA/GSFC and Princeton*

## Science Team:

### NASA/GSFC

Chuck Bennett (PI)

Michael Greason

Bob Hill

Gary Hinshaw

Al Kogut

Michele Limon

Nils Odegard

Janet Weiland

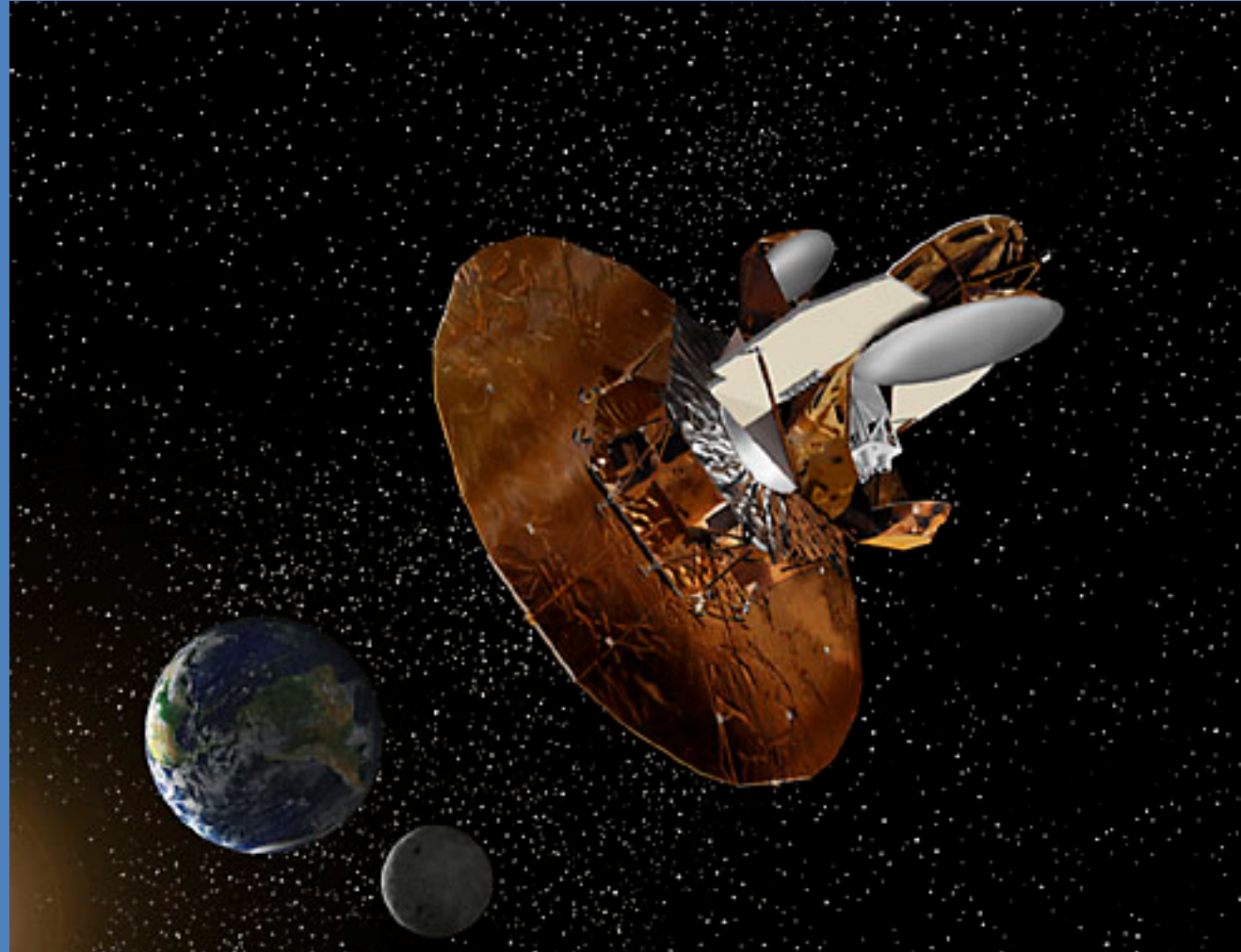
Ed Wollack

### Brown

Greg Tucker

### UCLA

Ned Wright



### Princeton

Chris Barnes

Norm Jarosik

Eiichiro Komatsu

Michael Nolte

Lyman Page

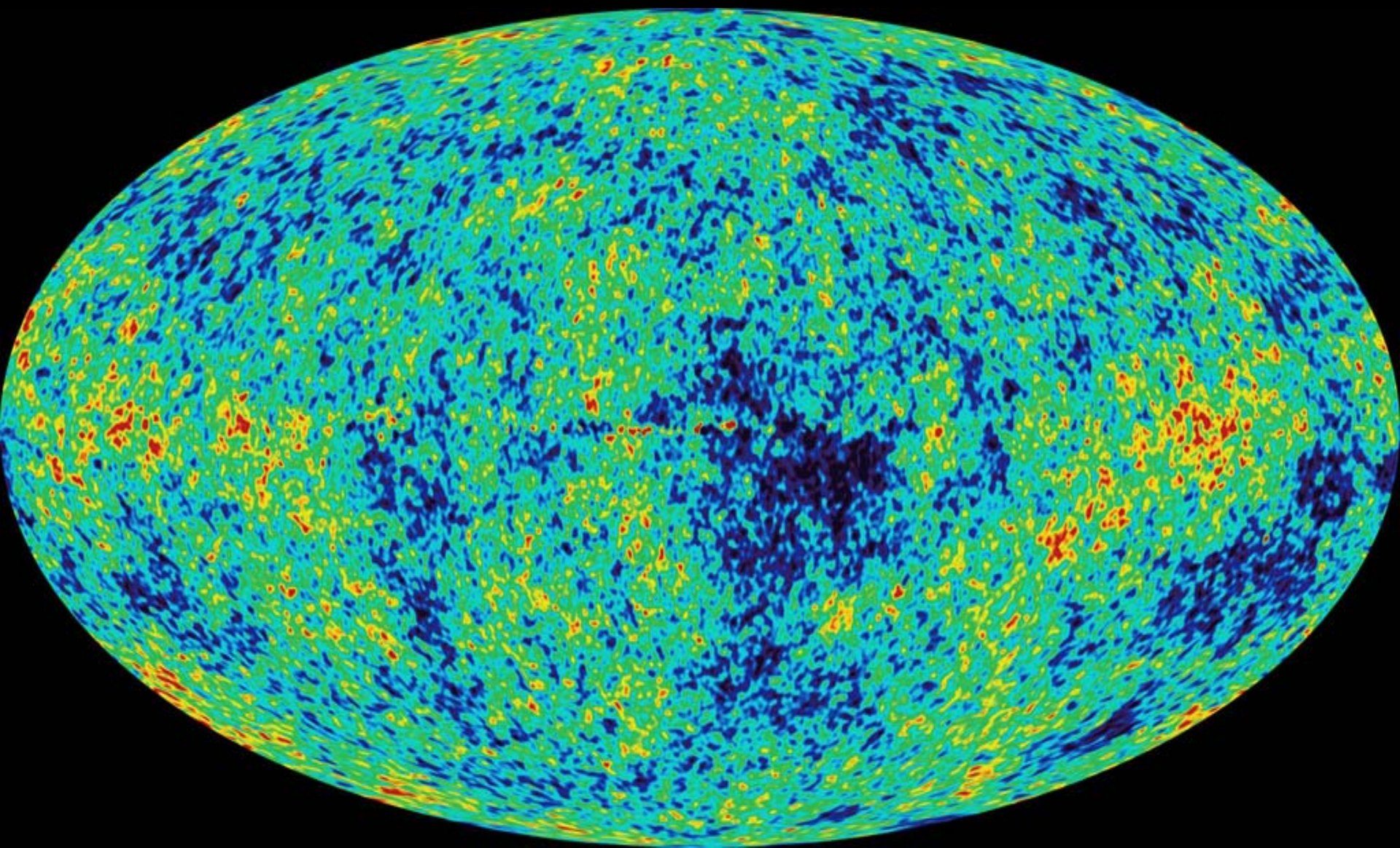
David Spergel

### UBC

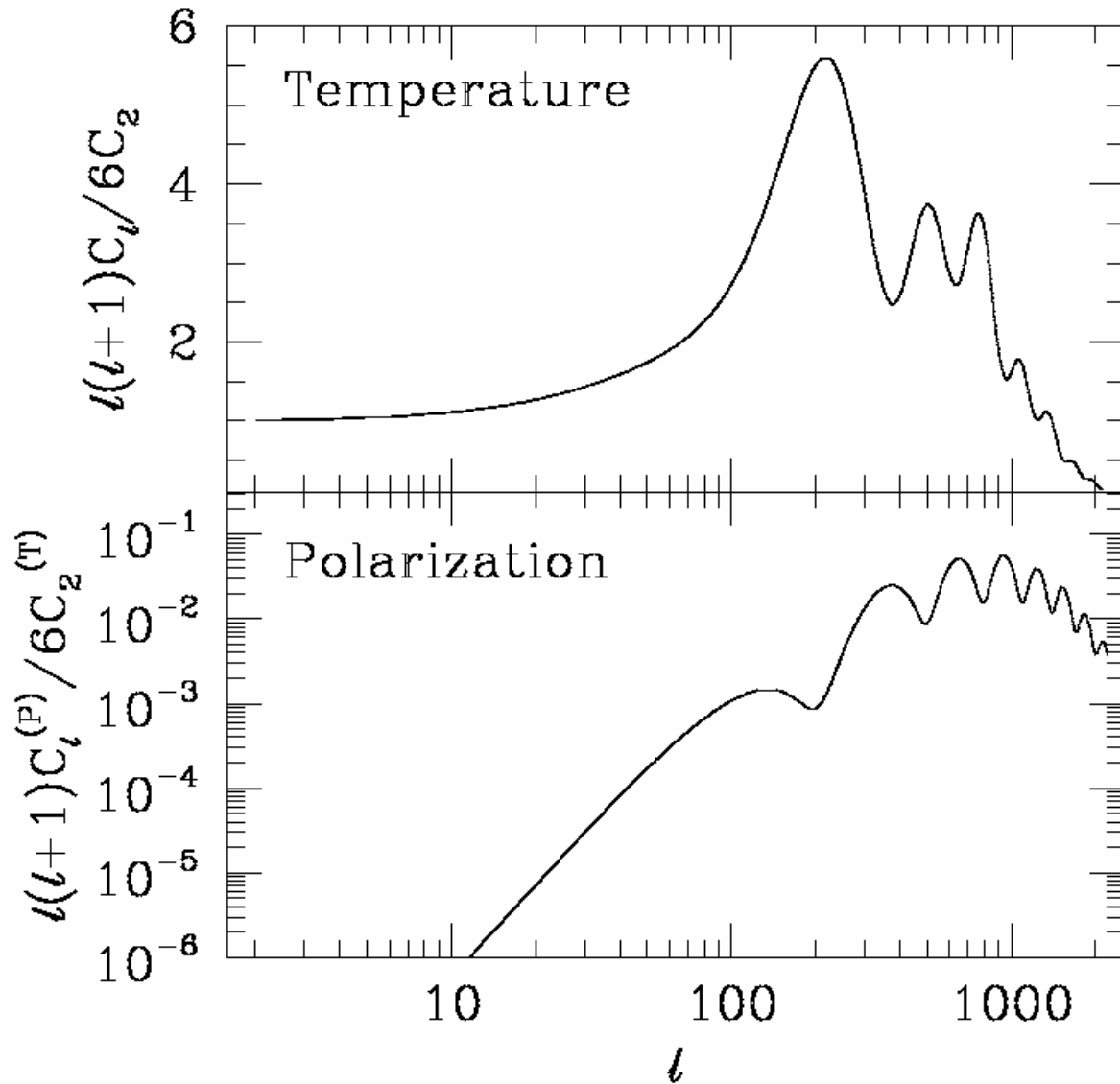
Mark Halpern

### Chicago

Stephan Meyer



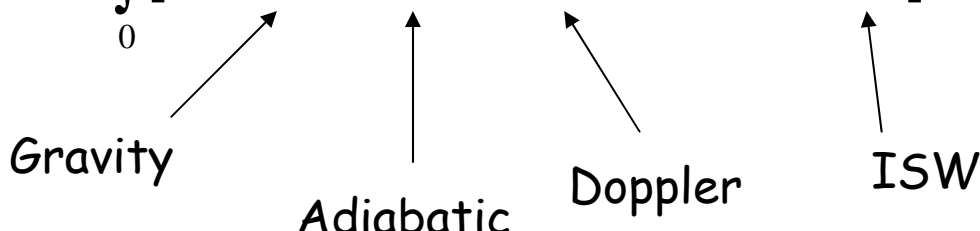
$$\left\langle \frac{\Delta T}{T}(\vec{\gamma}_1) \frac{\Delta T}{T}(\vec{\gamma}_2) \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1) C_{\ell} P_{\ell}(\vec{\gamma}_1 \cdot \vec{\gamma}_2)$$



# CMB Anisotropies

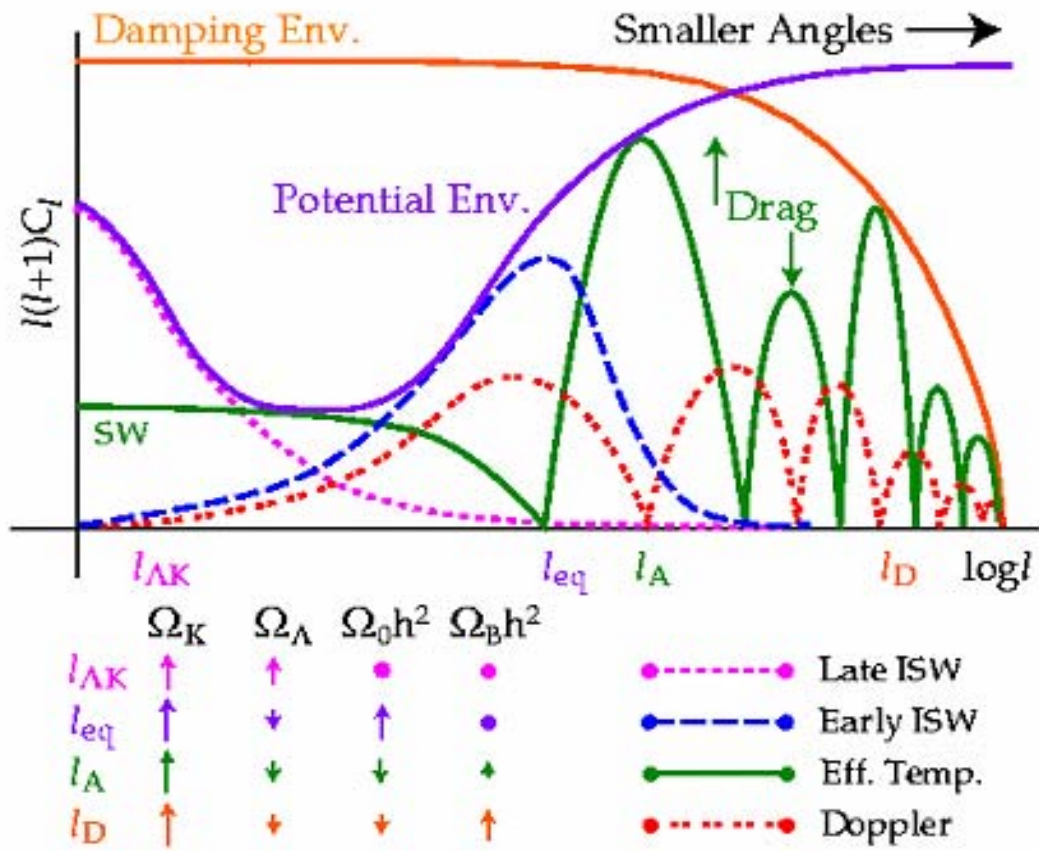
$$\frac{\Delta T}{T}(\vec{n}) = \int_0^{\infty} \left[ g(z) (\Psi + \Theta_0 + \vec{n} \cdot \vec{v}_b) + e^{-\tau} H^{-1} \dot{\Psi} \right] dz$$

Gravity                      Adiabatic                      Doppler                      ISW

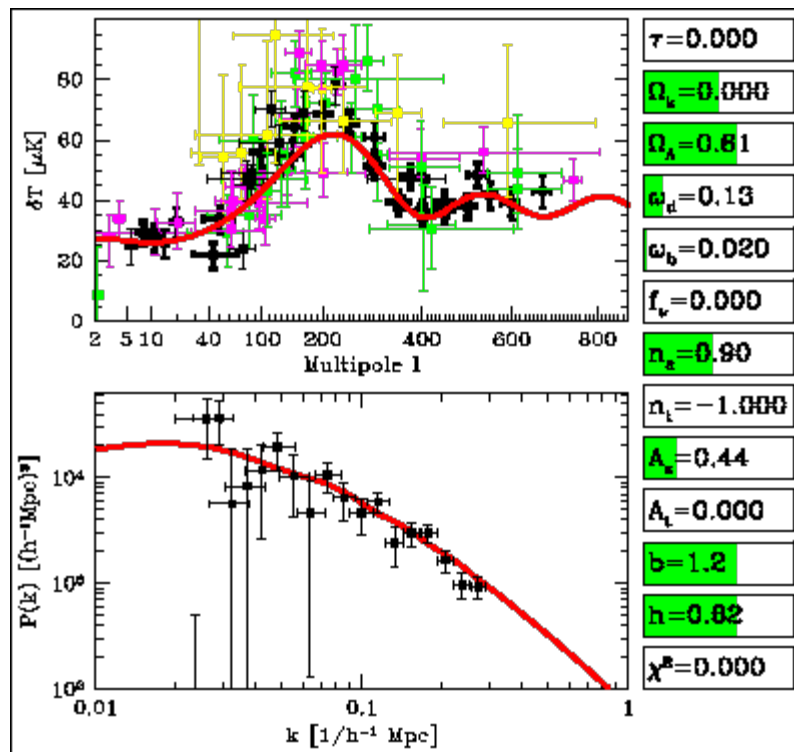
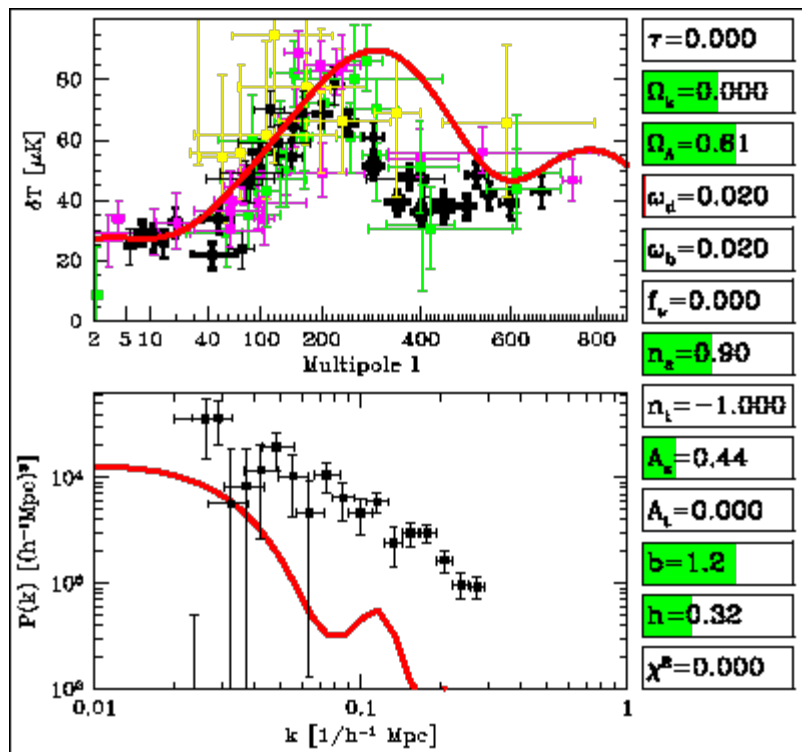


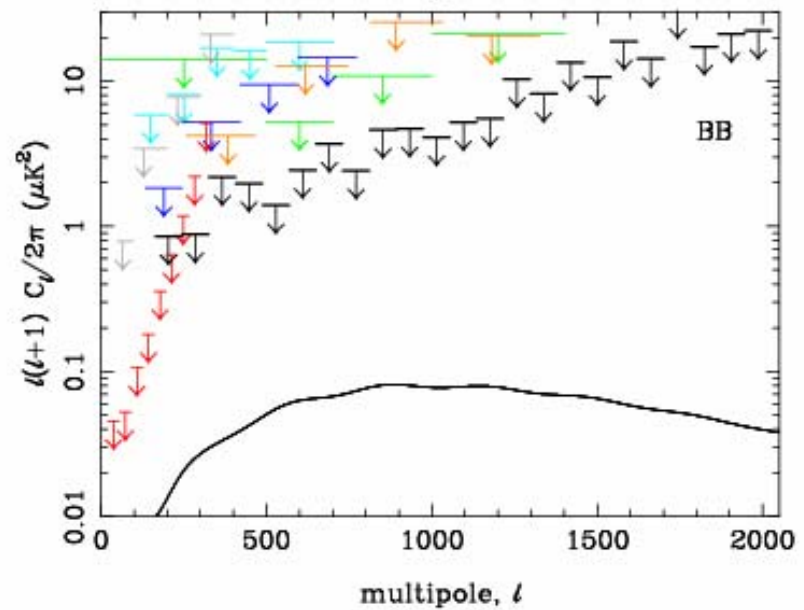
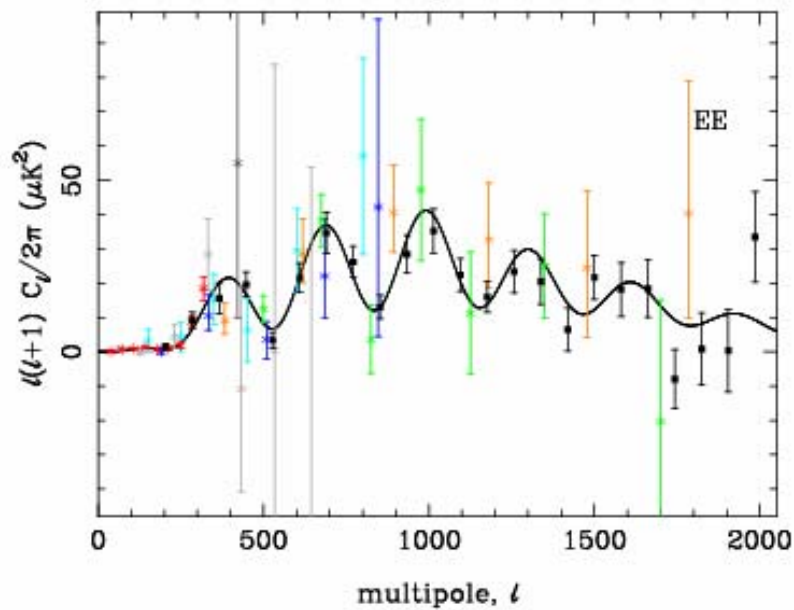
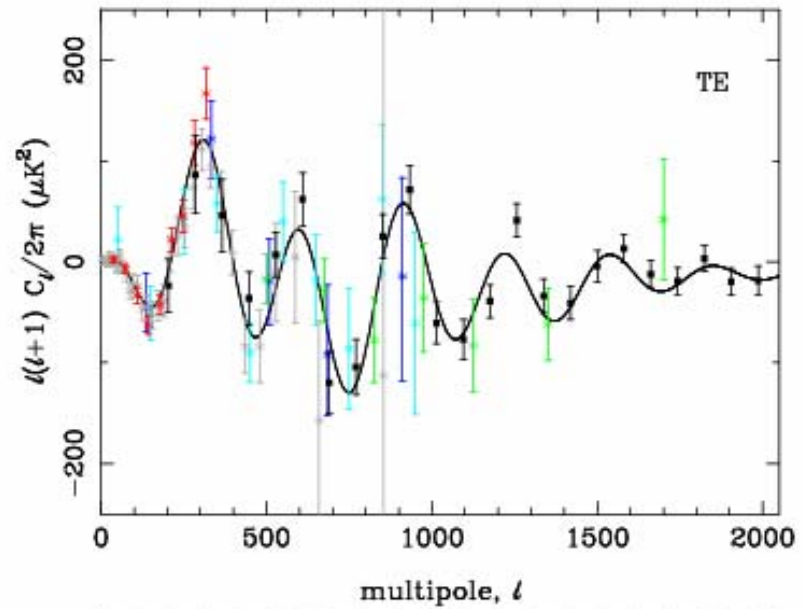
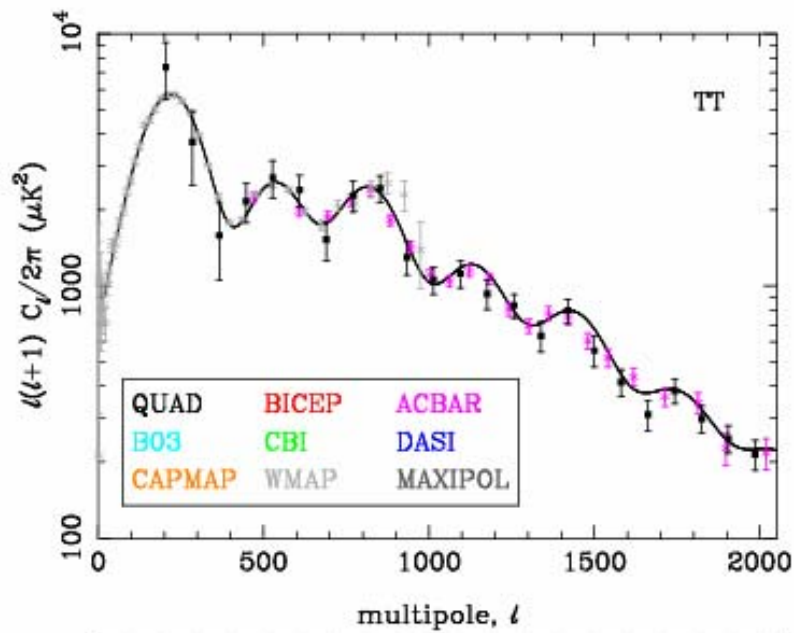
Four mechanisms are responsible for CMB anisotropies:

- Gravity (Sachs-Wolfe effect)
- Intrinsic (Adiabatic) Fluctuations
- Doppler effect
- Time-Varying Potentials (Integrated Sachs-Wolfe Effect)

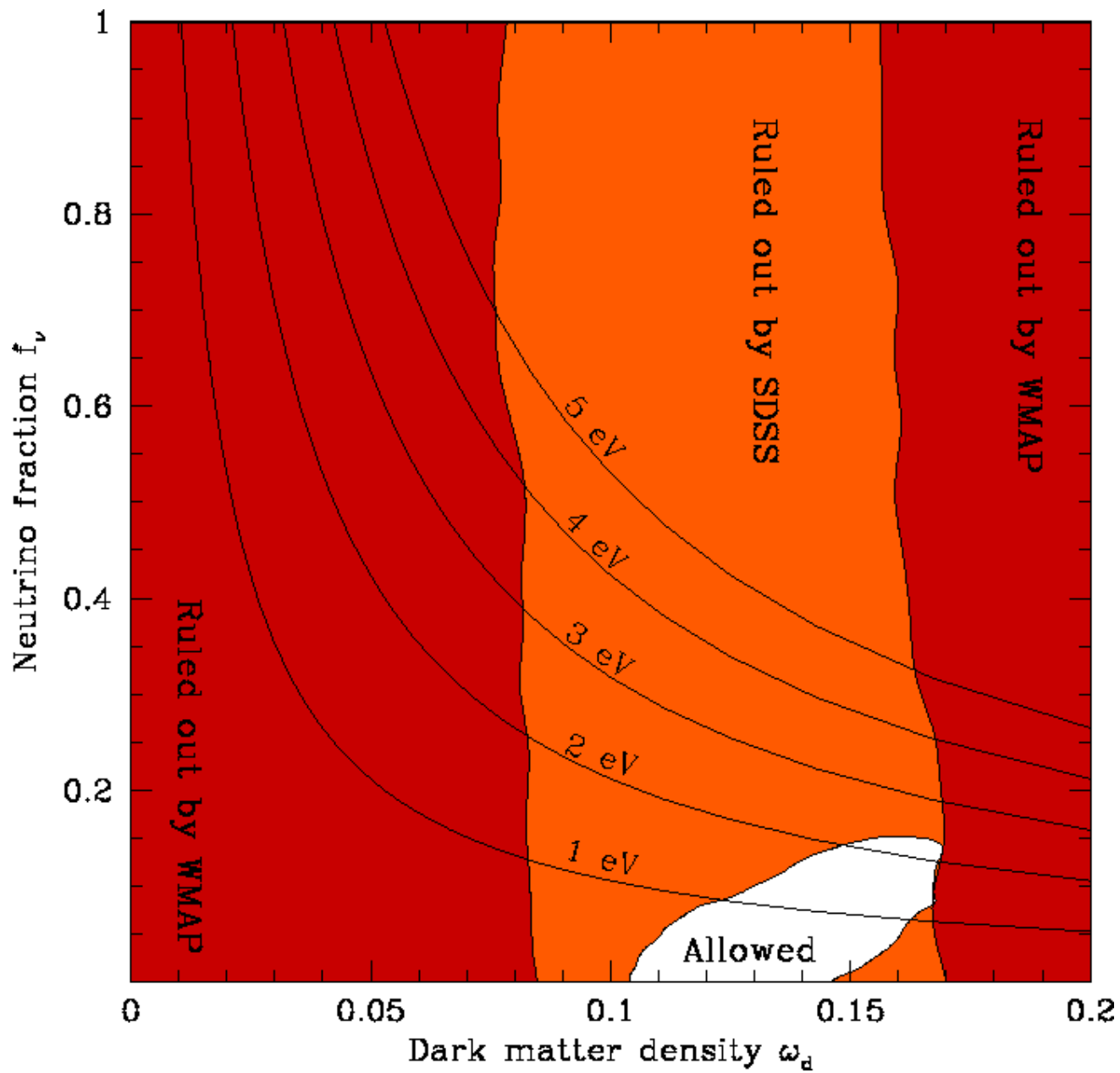


Hu, Sugiyama, Silk, Nature 1997, astro-ph/9604166



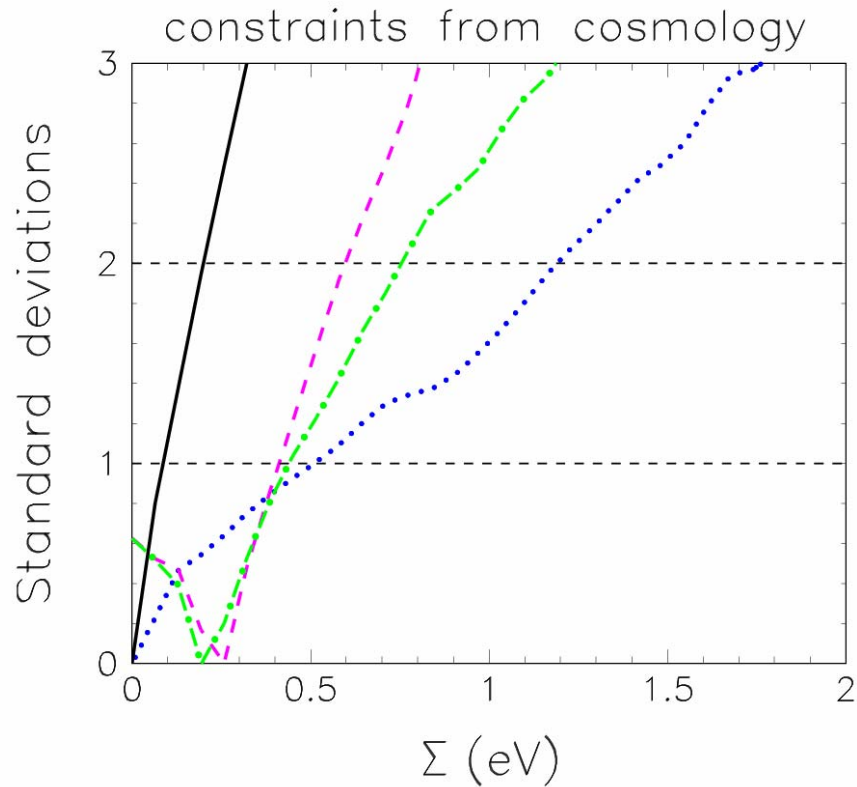






Case	Cosmological data set	$\Sigma$ (at $2\sigma$ )
1	CMB	$< 1.19$ eV
2	CMB + HST + SN-Ia	$< 0.75$ eV
3	CMB + HST + SN-Ia + BAO	$< 0.60$ eV
4	CMB + HST + SN-Ia + BAO + $\text{Ly}\alpha$	$< 0.19$ eV

Fogli et al., [arXiv:0805.2517](https://arxiv.org/abs/0805.2517), Phys.Rev.D78:033010,2008



# LEPTONS

## Neutrino Properties

### SUM OF THE NEUTRINO MASSES, $m_{\text{tot}}$

(Defined in the above note), of effectively stable neutrinos (i.e., those with mean lives greater than or equal to the age of the universe). These papers assumed Dirac neutrinos. When necessary, we have generalized the results reported so they apply to  $m_{\text{tot}}$ . For other limits, see SZALAY 76, VYSOTSKY 77, BERNSTEIN 81, FREESE 84, SCHRAMM 84, and COWSIK 85.

<u>VALUE (eV)</u>	<u>CLN</u>	<u>DOCUMENT ID</u>	<u>TECH</u>	<u>COMMENT</u>
● ● ● We do not use the following data for averages, fits, limits, etc. ● ● ●				
< 0.17–2.3		54	FOGLI 07	COSM
< 0.66		55	SPERGEL 07	COSM
< 0.63–2.2		56	ZUNCKEL 07	COSM
< 0.24	95	57	CIRELLI 06	COSM
< 0.62	95	58	HANNÉSTAD 06	COSM
< 0.52	95	59	KRISTIANSEN 06	COSM
< 1.2		60	SANCHEZ 06	COSM
< 0.17	95	57	SELJAK 06	COSM
< 2.0	95	61	IKHIKAWA 05	COSM
< 0.75		62	BARGER 04	COSM
< 1.0		63	CROTTY 04	COSM
< 0.7		64	SPERGEL 03	COSM WMAP
< 0.9		65	LEWIS 02	COSM
< 4.2		66	WANG 02	COSM CMB
< 2.7		67	FUKUGITA 00	COSM
< 5.5		68	CROFT 99	ASTR Ly $\alpha$ power spec
<180			SZALAY 74	COSM
<132			COWSIK 72	COSM
<280			MARX 72	COSM
<400			GERSHTEIN 66	COSM

54 Constrains the total mass of neutrinos from neutrino oscillation experiments and cosmological data. The most conservative limit uses only WMAP three-year data, while the most stringent limit includes CMB, large-scale structure, supernova, and Lyman-alpha data.

55 Constrains the total mass of neutrinos from three-year WMAP data combined with other CMB, large-scale structure and supernova data.

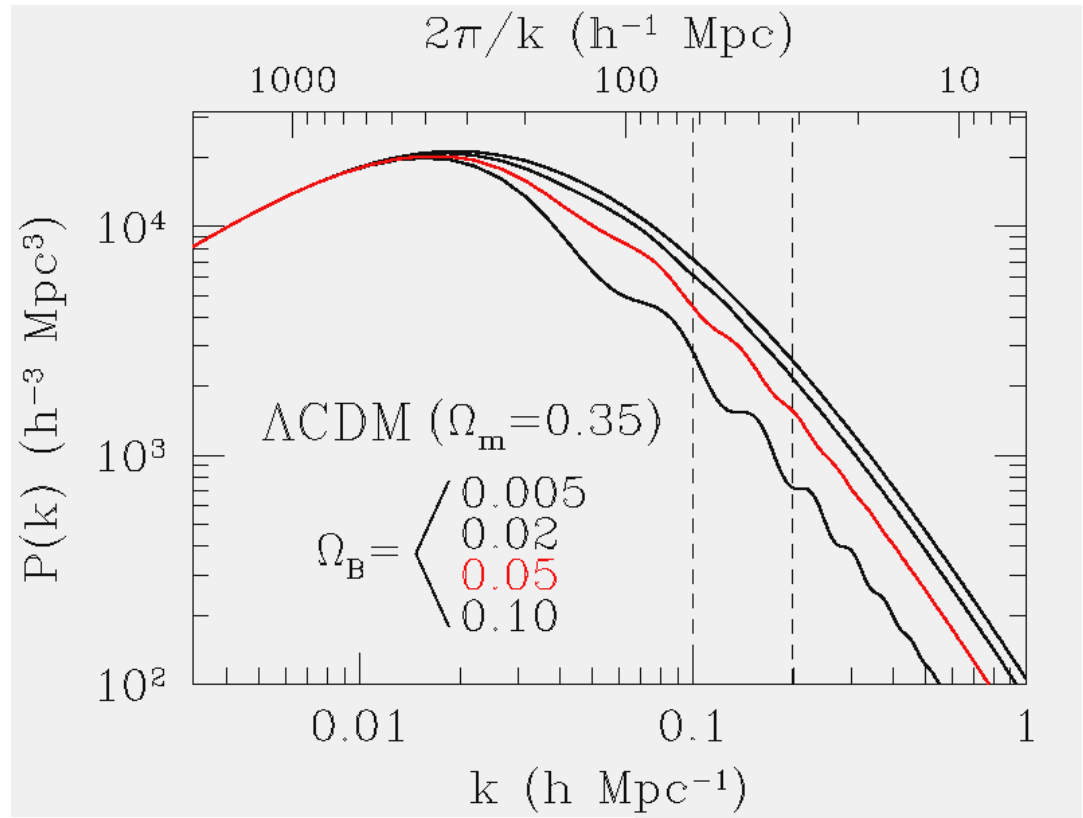
56 Constrains the total mass of neutrinos from the CMB and the large scale structure data. The most conservative limit uses only WMAP three-year data, while the most stringent limit includes CMB, large-scale structure, supernova, and Lyman-alpha data.

# LSS as a cosmic yardstick

Imprint of oscillations less clear in LSS spectrum unless high baryon density

Detection much more difficult:

- o Survey geometry
- o Non-linear effects
- o Biasing

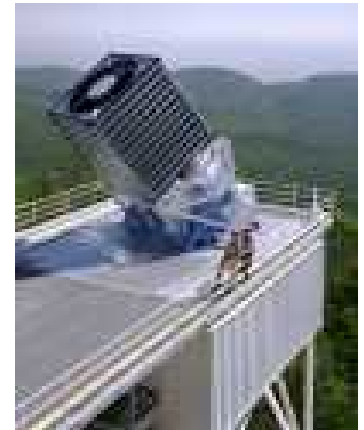


Big pay-off:

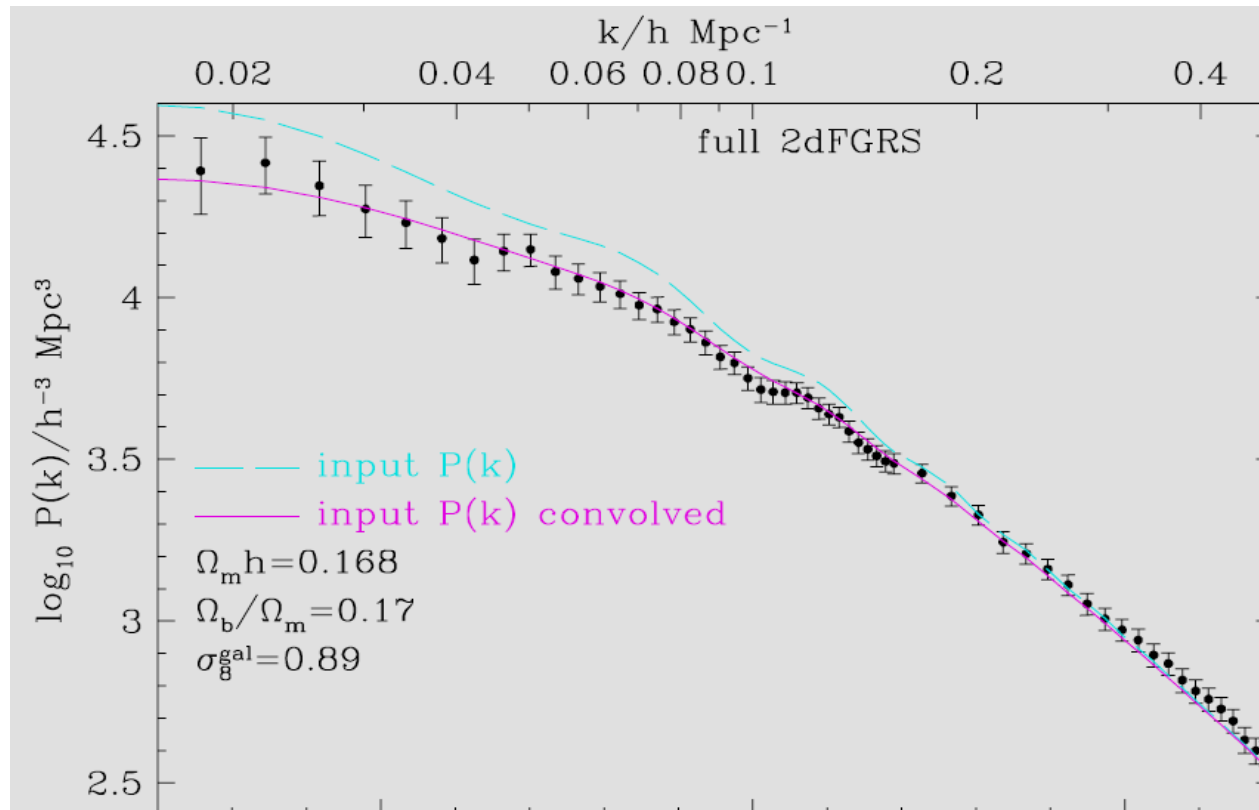
Potentially measure  $d_A(z)$  at many redshifts!

# Recent detections of the baryonic signature

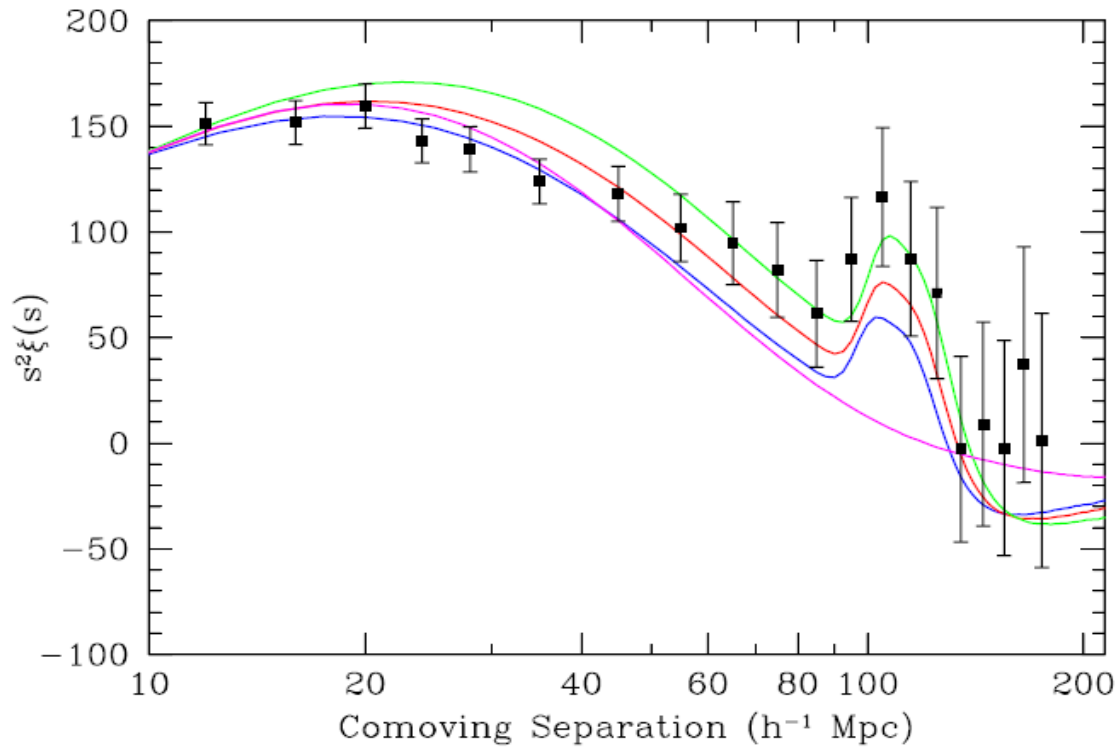
- Cole et al
  - 221,414 galaxies,  $b_J < 19.45$
  - (final 2dFGRS catalogue)
- Eisenstein et al
  - 46,748 luminous red galaxies (LRGs)
  - (from the Sloan Digital Sky Survey)

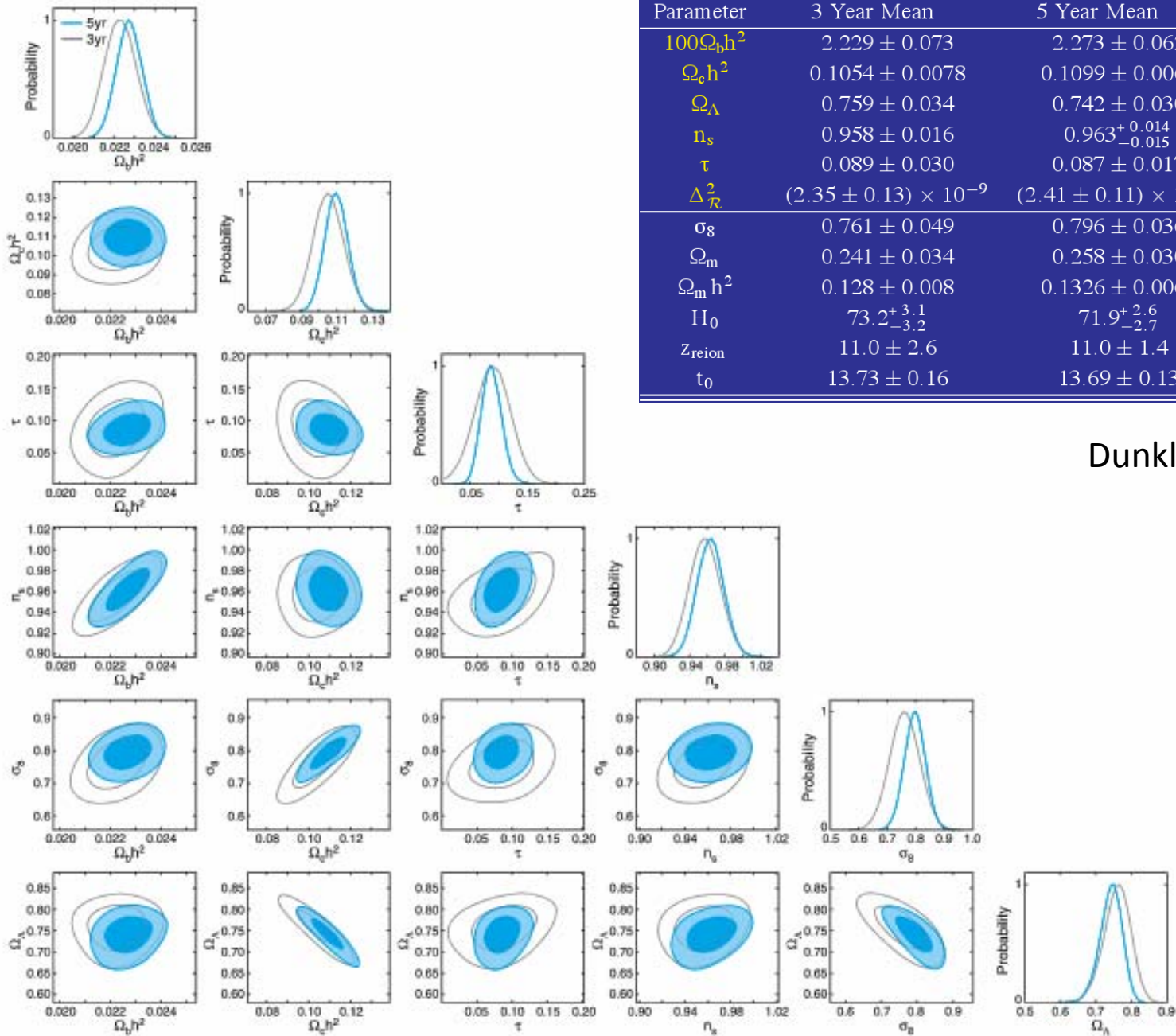


# The 2dFGRS power spectrum



# The SDSS LRG correlation function





Parameter	3 Year Mean	5 Year Mean	5 Year Max Like
$100\Omega_b h^2$	$2.229 \pm 0.073$	$2.273 \pm 0.062$	2.27
$\Omega_c h^2$	$0.1054 \pm 0.0078$	$0.1099 \pm 0.0062$	0.108
$\Omega_\Lambda$	$0.759 \pm 0.034$	$0.742 \pm 0.030$	0.751
$n_s$	$0.958 \pm 0.016$	$0.963^{+0.014}_{-0.015}$	0.961
$\tau$	$0.089 \pm 0.030$	$0.087 \pm 0.017$	0.089
$\Delta_R^2$	$(2.35 \pm 0.13) \times 10^{-9}$	$(2.41 \pm 0.11) \times 10^{-9}$	$2.41 \times 10^{-9}$
$\sigma_8$	$0.761 \pm 0.049$	$0.796 \pm 0.036$	0.787
$\Omega_m$	$0.241 \pm 0.034$	$0.258 \pm 0.030$	0.249
$\Omega_m h^2$	$0.128 \pm 0.008$	$0.1326 \pm 0.0063$	0.131
$H_0$	$73.2^{+3.1}_{-3.2}$	$71.9^{+2.6}_{-2.7}$	72.4
$Z_{\text{reion}}$	$11.0 \pm 2.6$	$11.0 \pm 1.4$	11.2
$t_0$	$13.73 \pm 0.16$	$13.69 \pm 0.13$	13.7

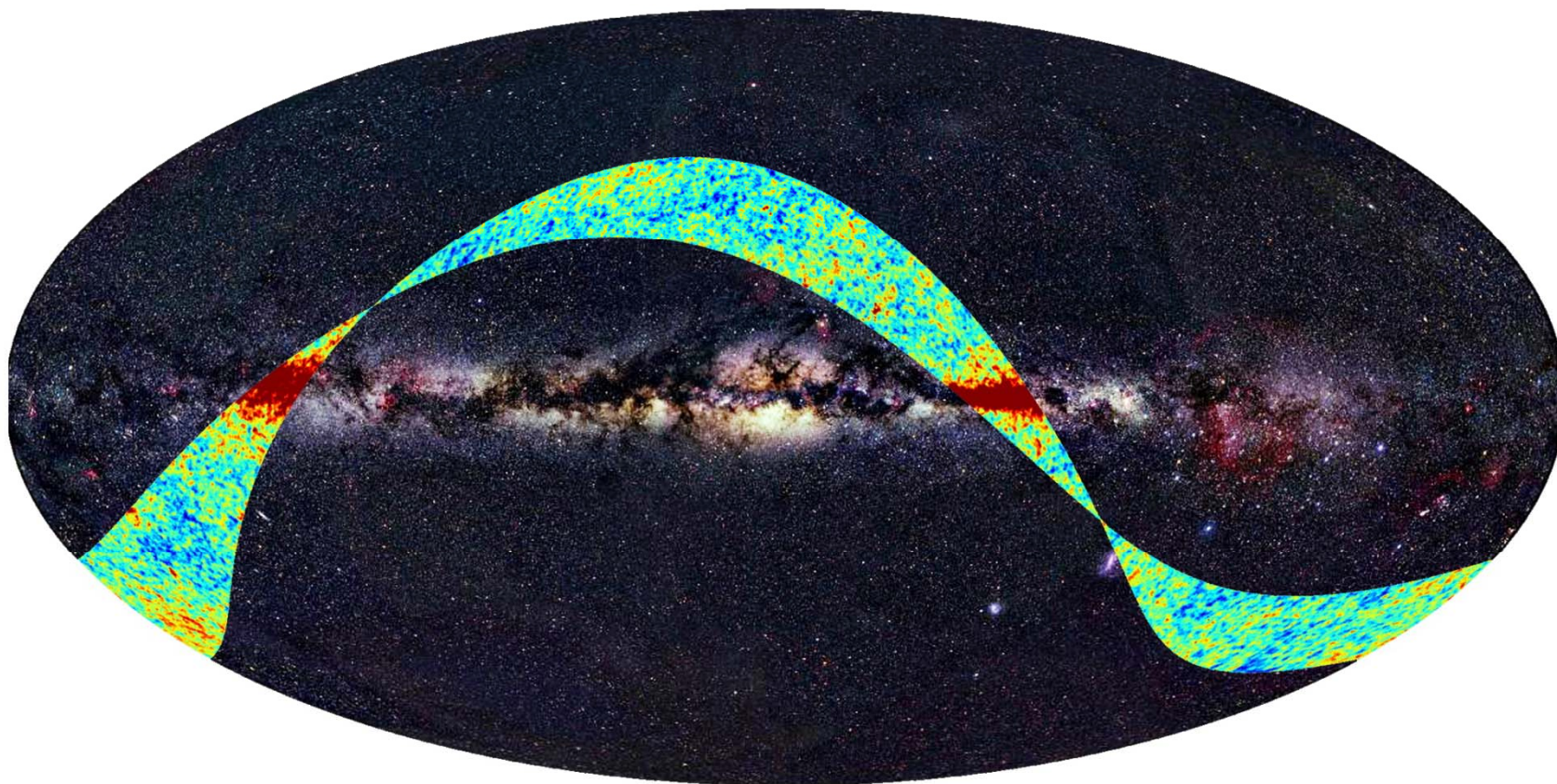
Dunkley et al., 2008



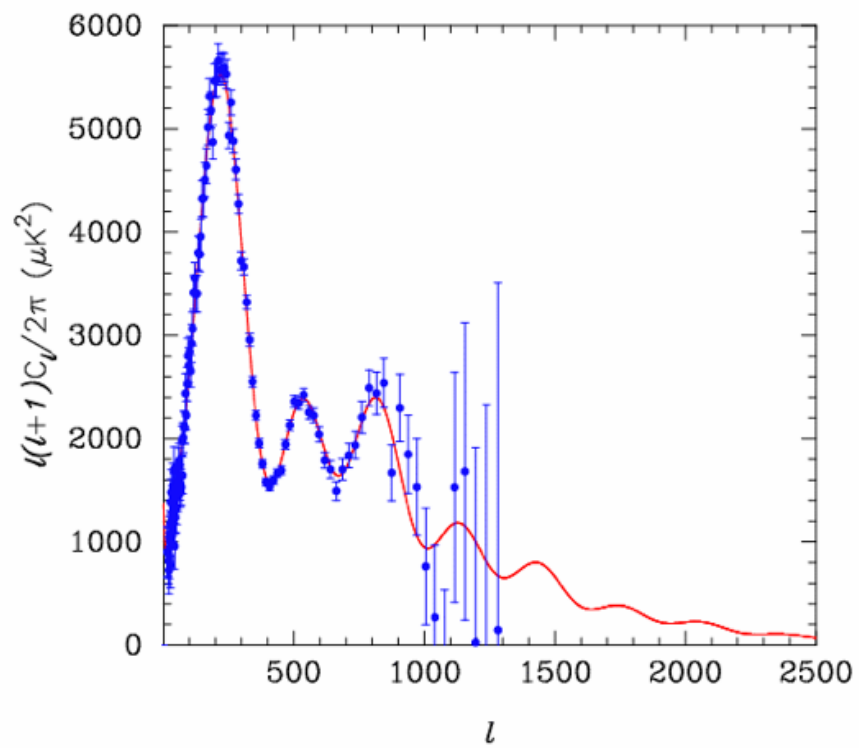
Planck  
Lanciato il  
14/5/2009



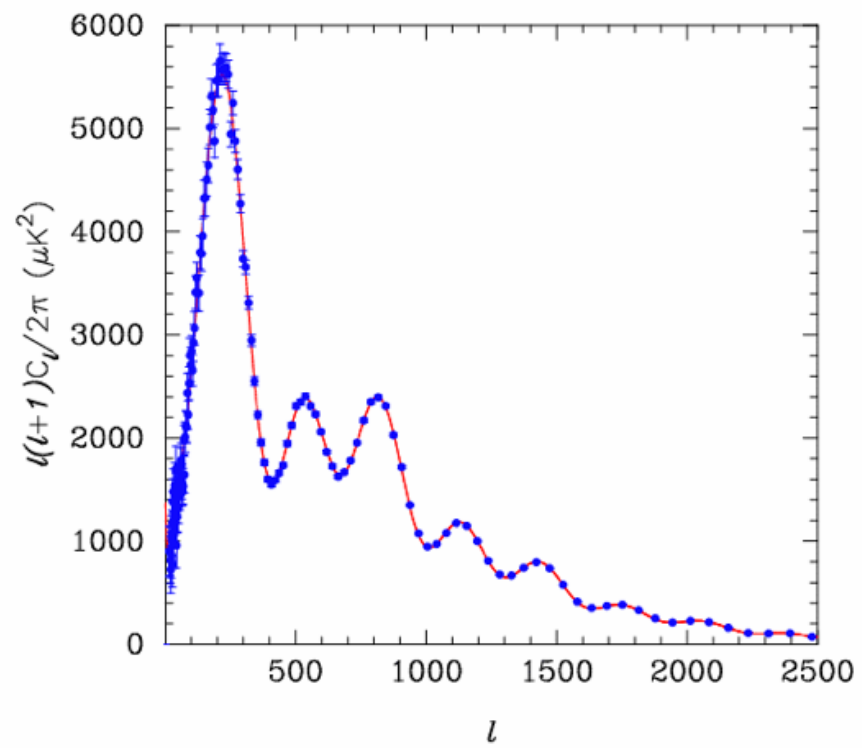
Planck First Light Survey (September 2009). Experiment is working as expected

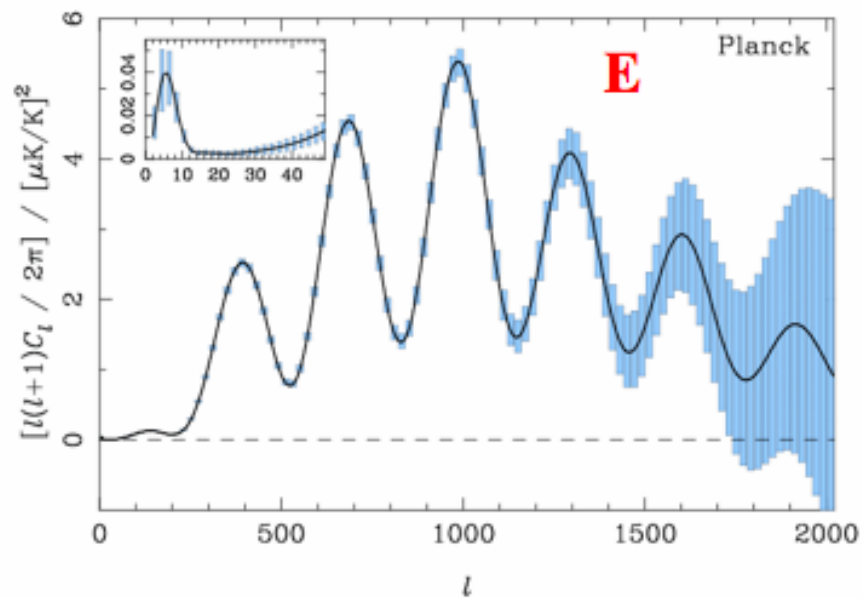
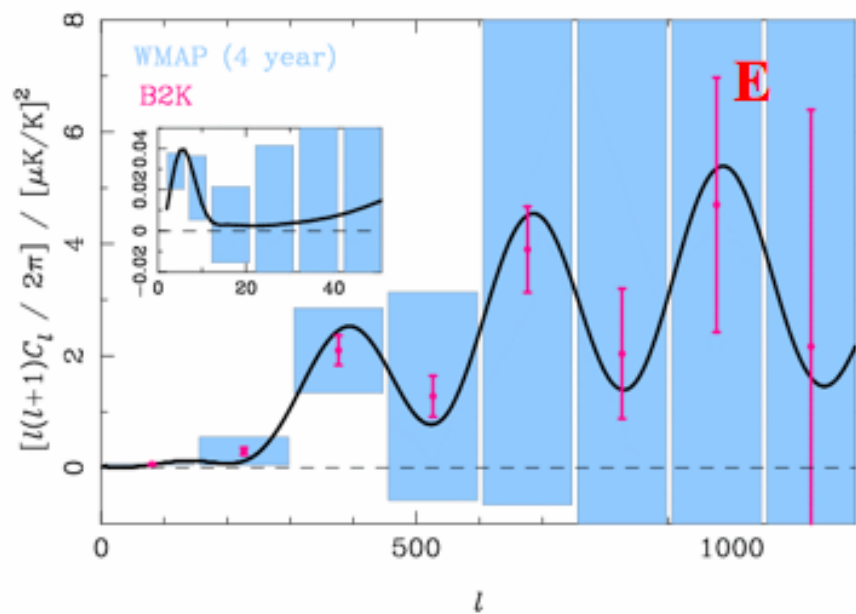
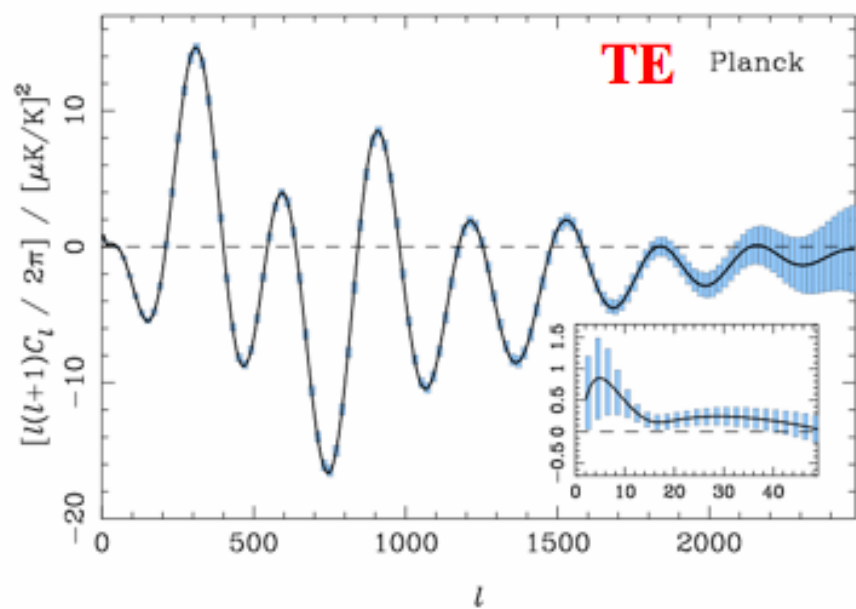
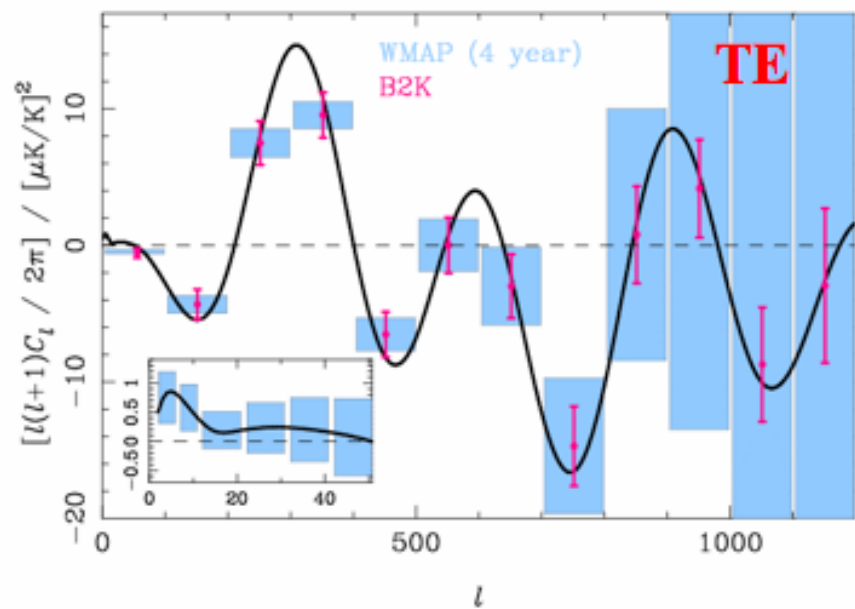


WMAP

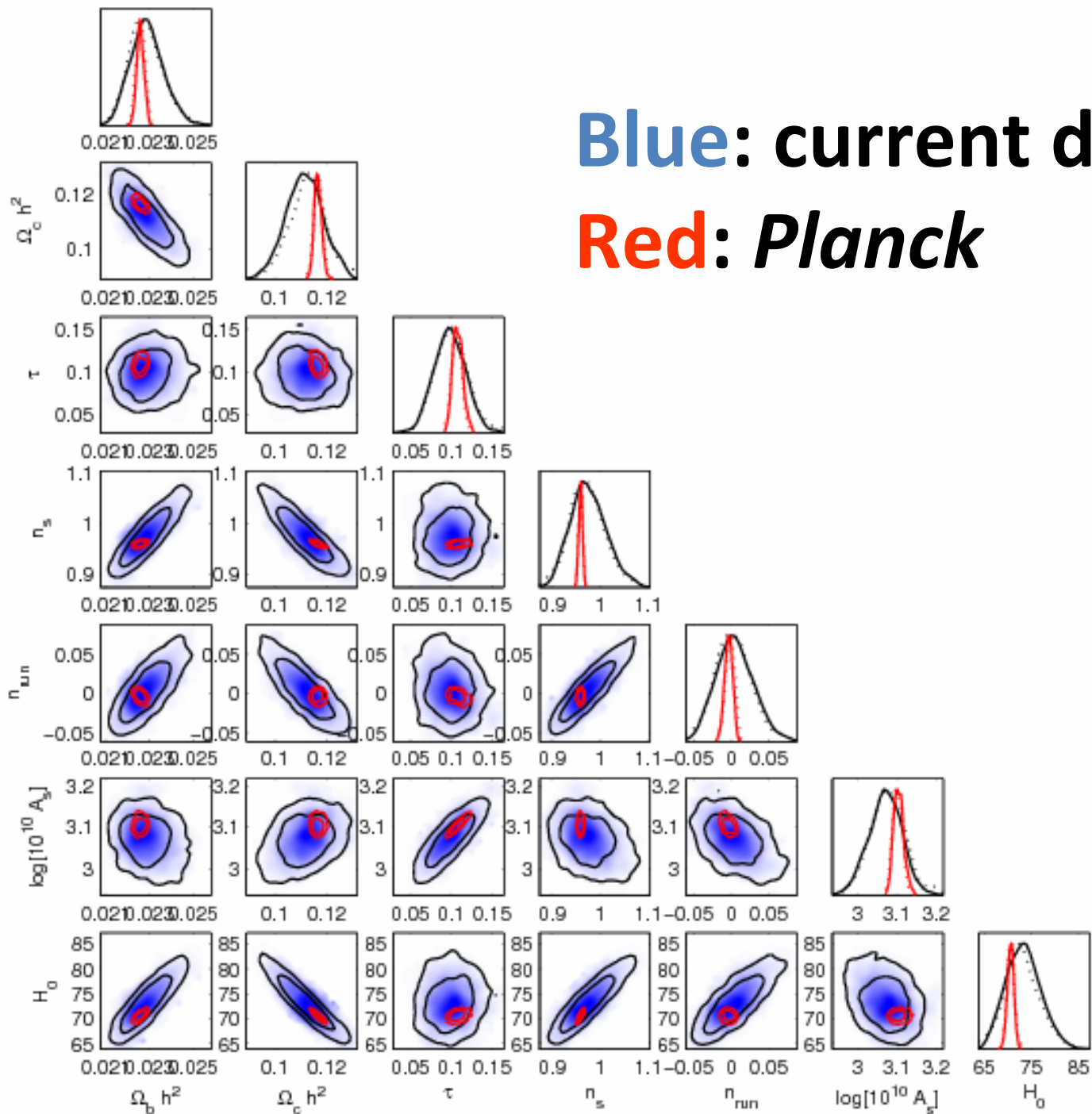


PLANCK



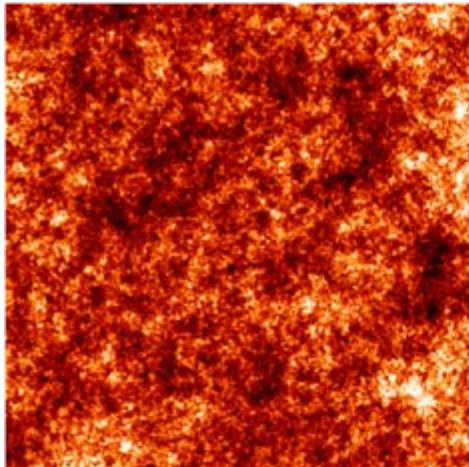


**Blue:** current data  
**Red:** *Planck*

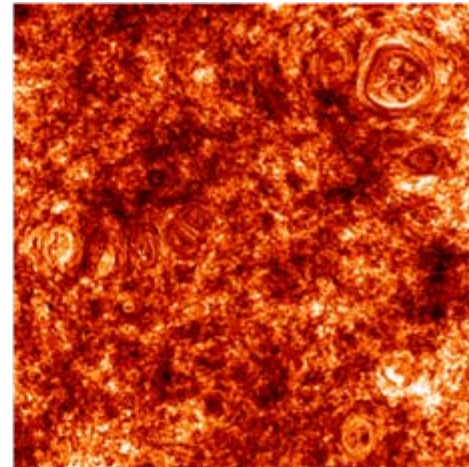


When the luminous source is the CMB, the lensing effect essentially re-maps the temperature field according to :

$$\begin{aligned}\tilde{\Theta}(\mathbf{x}) &= \Theta(\mathbf{x}') = \Theta(\mathbf{x} + \boldsymbol{\alpha}) = \Theta(\mathbf{x} + \nabla\psi) \\ &\approx \Theta(\mathbf{x}) + \nabla^a\psi(\mathbf{x})\nabla_a\Theta(\mathbf{x}) + \\ &\quad + \frac{1}{2}\nabla^a\psi(\mathbf{x})\nabla^b\psi(\mathbf{x})\nabla_a\nabla_b\Theta(\mathbf{x}) + \dots\end{aligned}$$



unlensed



lensed

Taken from <http://www.mpia-hd.mpg.de/>  
(Max Planck Institute for Astronomy at Heidelberg)

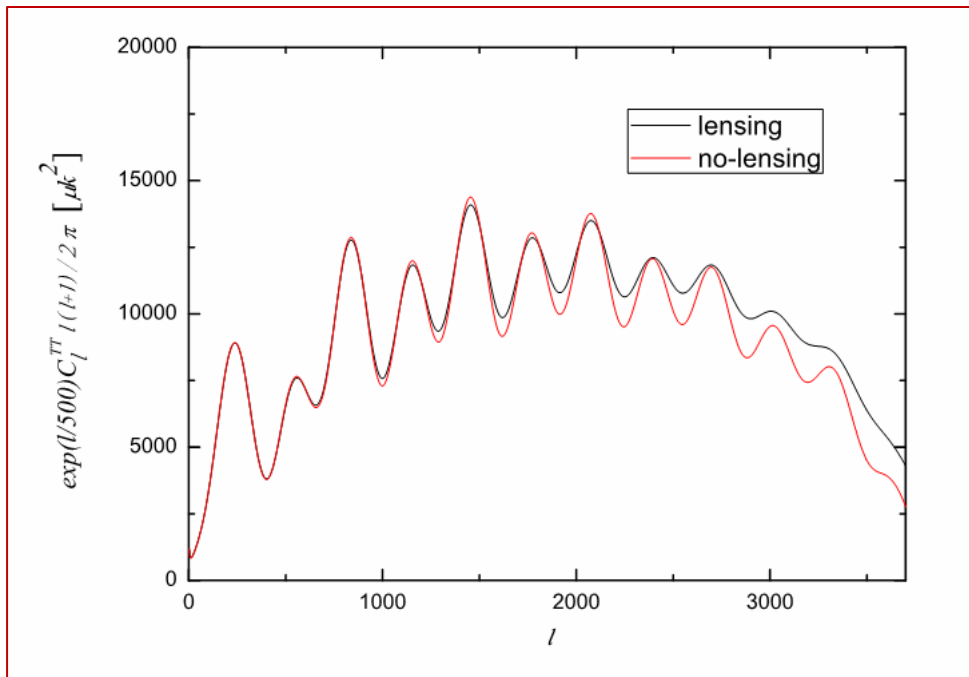
## Lensing Effect on Temperature Power Spectrum

We obtain a convolution between the lensing potential power spectrum and the unlensed anisotropies power spectrum:

$$\tilde{C}_l^\Theta \approx C_l^\Theta + \int \frac{d^2 l'}{(2\pi)^2} [\mathbf{l}' \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{l}')]^2 C_{|\mathbf{l} - \mathbf{l}'|}^\psi C_{l'}^\Theta - C_l^\Theta \int \frac{d^2 l'}{(2\pi)^2} (\mathbf{l} \cdot \mathbf{l}')^2 C_{l'}^\psi$$

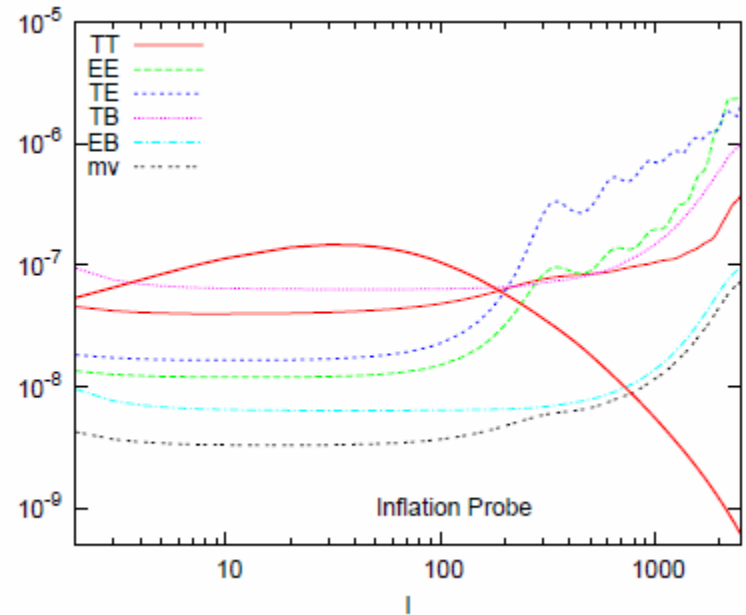
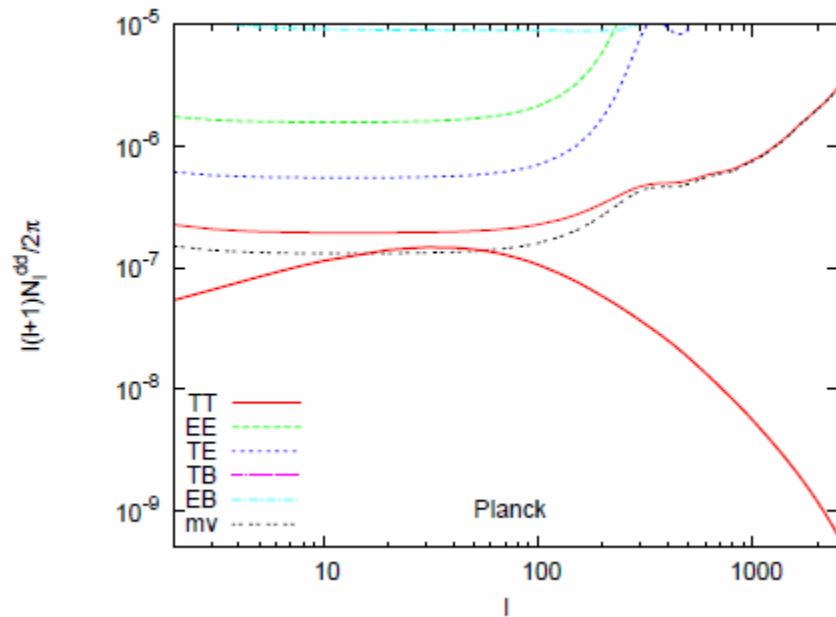
Where the lensing potential power spectrum is given by :

$$C_l^\psi = 16\pi \int \frac{dk}{k} P_{\mathcal{R}}(k) \left[ \int_0^{\chi_*} d\chi T_\Psi(k; \eta_0 - \chi) j_l(k\chi) \left( \frac{\chi_* - \chi}{\chi_* \chi} \right) \right]^2$$



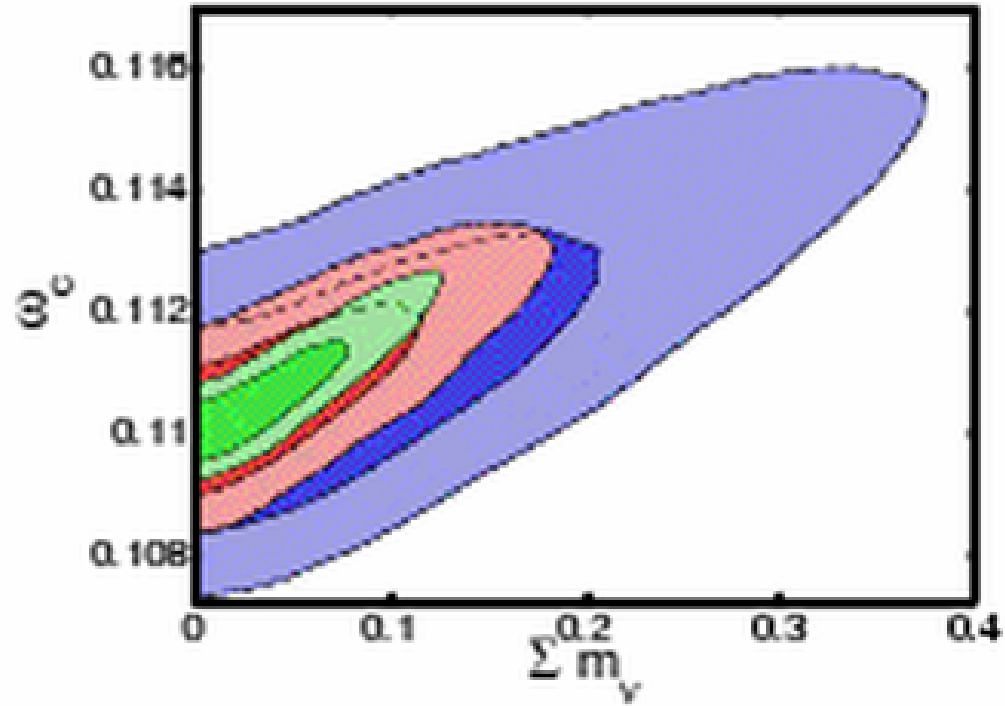
*The net result is a 3% broadening of the CMB angular power spectrum acoustic peaks*

# Lensing della CMB e esperimenti futuri



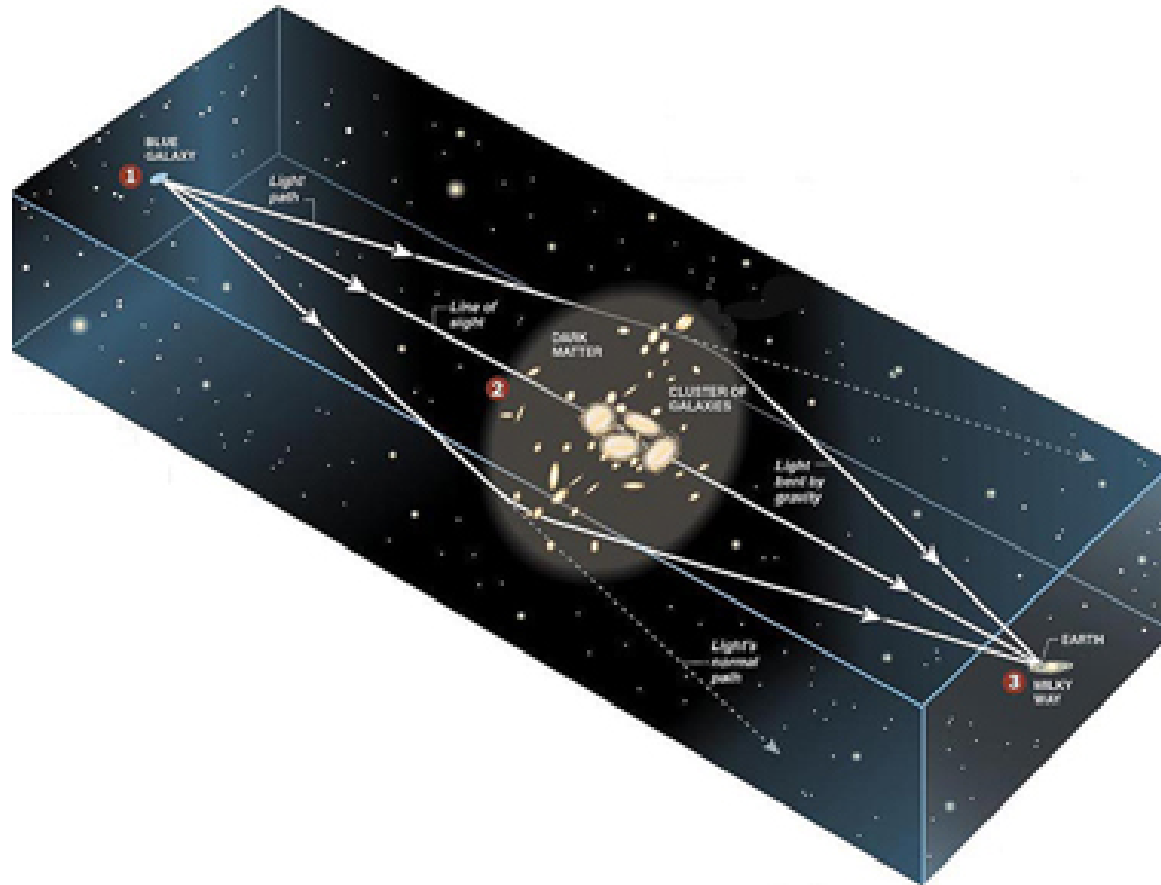


Blue: Planck  
Rosso: Planck+ACT  
Verde: CMBPol



Future

# Weak Gravitational Lensing



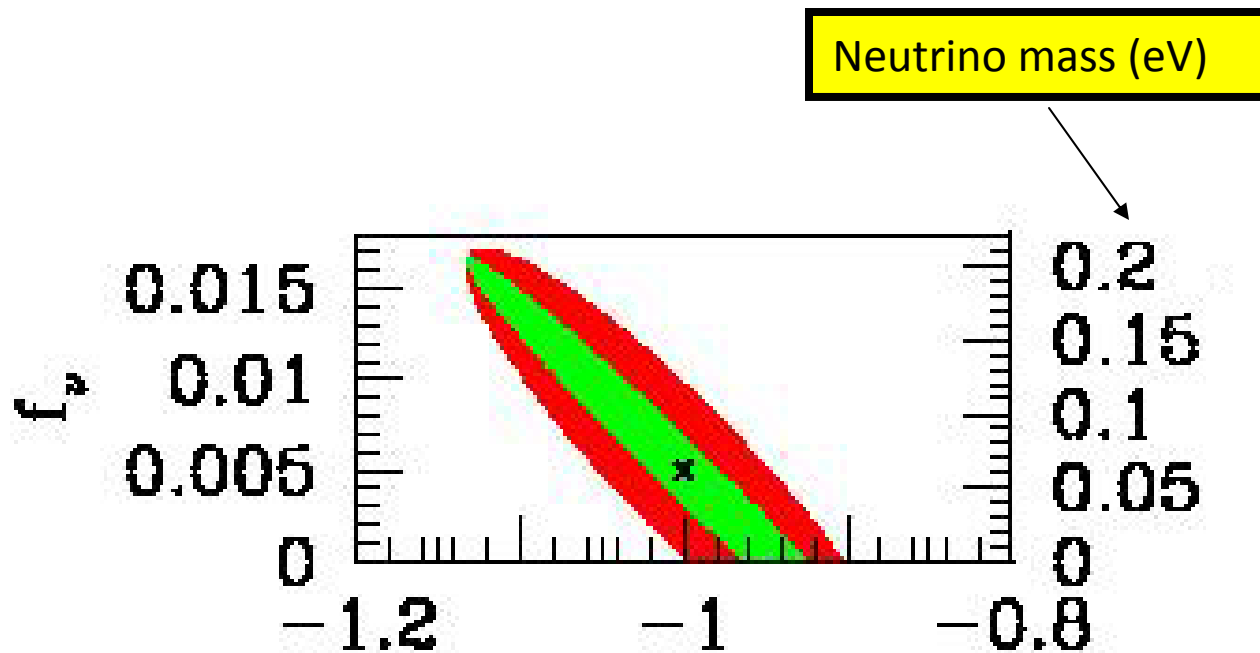
Unlike galaxy surveys and Lyman alpha, lensing directly probes mass distribution!

# Lensing is sensitive to neutrino mass

- Break up background galaxies into distinct redshift bins
- Probe time evolution of gravitational potential (sensitive to neutrino mass)

# Weak Lensing

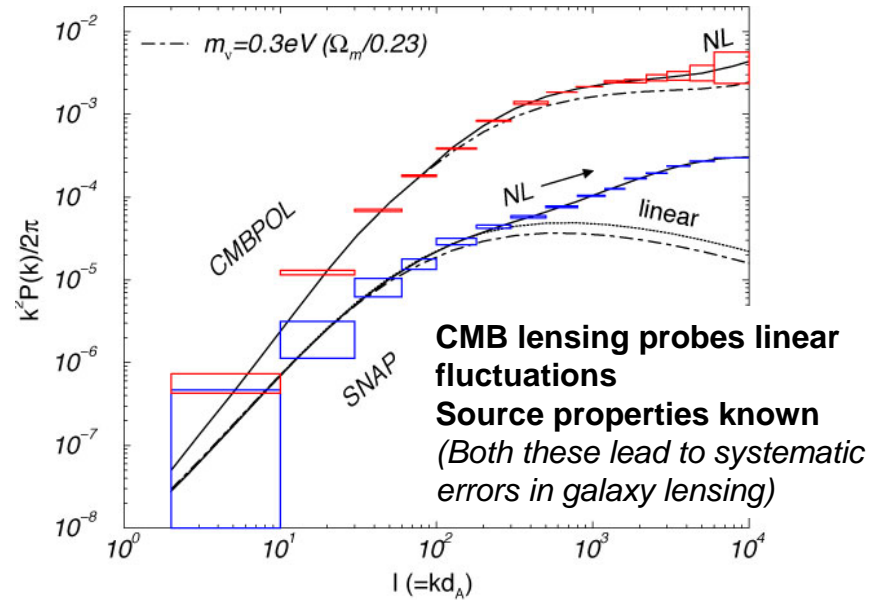
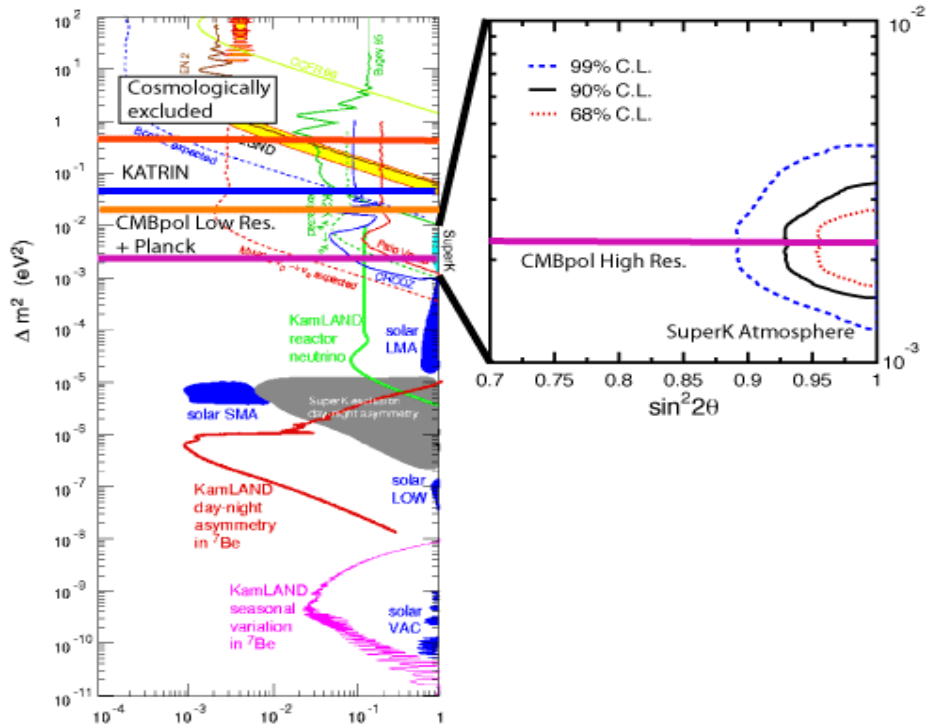
- Measure power spectrum AND/OR measure growth of spectrum at late time
- Sensitive to  $\nu$  mass AND dark energy
- Accelerator  $\nu$  experiments will teach us about dark energy!



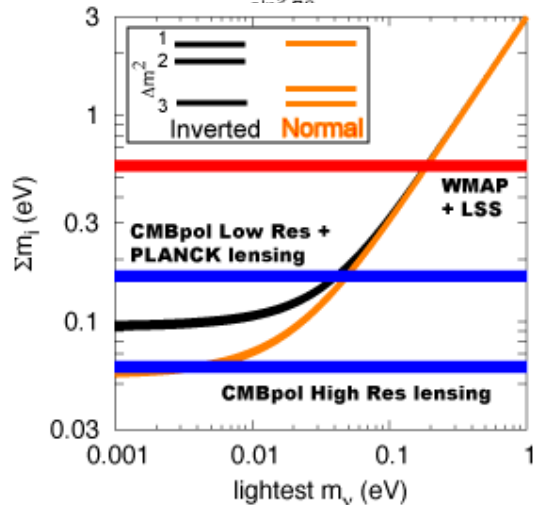
Abazajian & Dodelson (2003)

Dark energy equation of state

# CMBpol: Neutrino Mass Measurement



**CMB lensing probes linear fluctuations**  
**Source properties known**  
*(Both these lead to systematic errors in galaxy lensing)*



## Lensing B-modes and CMB Cosmic Shear Reconstruction

**neutrino mass ( $\Sigma m_\nu < 0.05$  eV; from the linear regime)**

*Test SuperK Atmosphere oscillations that suggest  $\Delta m_\nu^2 \sim 2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  and distinguish between two mass hierarchies (Given SuperK, neutrino mass is a guaranteed measurement)*

# Prospects on neutrino mass bounds

Summary of  $1\sigma$  expected errors on  $\Sigma m_\nu$  (eV)

	none	SDSS	shear survey
none	-	1.3	0.21
Planck	0.31	0.13	0.05
Planck (lens. extr.)	0.15	0.10	0.05
CMBpol	0.07	0.07	0.03
CMBpol (lens. extr.)	0.04	0.03	0.02
Cos. var.	0.05	0.05	0.03
Cos. var. (lens. extr.)	0.02	0.02	0.01

Abazajian & Dodelson 03, Song & Knox 03, Kaplinghat et al. 03, ...

# Conclusioni

- La cosmologia tramite la formazione delle strutture pone i migliori constraints sulla massa assoluta del neutrino
- Limiti attuali vanno da 1.3 eV (solo CMB) a 0.2 eV (Includendo Ly- $\alpha$ ). Limite conservativo e' 0.7 eV.
- Planck da solo produrrà un vincolo intorno agli 0.4 eV (grazie al lensing)
- Esperimenti di CMB futuri possono arrivare a 0.05 eV – 0.1 eV

